Medição de Brilho das Estrelas

Técnicas fotométricas

Eduardo Brescansin de Amôres, Raquel Yumi Shida, Sergio Scarano Jr.

1. INTRODUÇÃO

O que aprenderei nesta atividade?

Você aprenderá na prática como os astrônomos calculam a magnitude de uma estrela através de imagens obtidas com câmeras CCD. Treinaremos o uso do software de processamento de imagens.

A seguir, estão alguns conceitos iniciais importantes

Quando você observa estrelas com seus olhos, ou com um telescópio, você está recebendo uma luz que viajou grandes distâncias. É curioso notar que muitas vezes a luz permanece não afetada durante os primeiros 99.999999999999 de sua jornada. Entretanto, na passagem pela atmosfera da Terra, e mesmo através do instrumental óptico do telescópio, a luz pode finalmente ser alterada causando uma diferença no brilho de uma estrela, de uma observação para a outra.

Fotometria é o processo de medir a quantidade de luz recebida de um objeto. Os astrônomos usam a fotometria para medir variações de brilho de um objeto como uma estrela variável ou uma supernova. Para medir variações, imagens de uma mesma estrela são tomadas em noites sucessivas e as suas contagens são comparadas com aquelas de uma estrela de brilho não variável. Um outro motivo para usar fotometria é medir o brilho aparente de uma estrela, tendo em vista o cálculo de sua distância. Isso será feito numa futura atividade. Esse método envolve a calibração com uma estrela padrão. A seção **Técnicas Fotométricas Utilizando o DS9** explica cada um desses processos. Algumas palavras usadas em fotometria são definidas a seguir:

Contagem: Intensidade de luz proveniente da estrela, recebida em cada pixel do CCD. Essa medida depende do equipamento utilizado e das condições atmosféricas durante a observação. Quando uma imagem é apresentada na tela, o brilho de cada pixel vai depender da contagem medida nesse pixel.

Luminosidade: A porção de luz emitida por uma estrela, por unidade de tempo (segundo). É uma propriedade inerente da estrela e não depende de onde ou como as observações foram feitas. Geralmente a luminosidade da estrela não pode ser medida diretamente, mas deve ser inferida a partir das características da estrela. As unidades para luminosidade são <u>Watts</u> (Joules/segundo).

Brilho aparente: A porção de luz que chega na Terra, por segundo, sob condições ideais (caso não houvesse atmosfera). Este é um número padrão que qualquer pessoa observando uma estrela em qualquer parte da Terra poderia obter a partir de suas medidas, depois de corrigir as mudanças causadas pelas condições observacionais. As unidades para brilho aparente são Watt/metro².

Estrela de referência: Uma estrela cujo brilho aparente e luminosidade não mudam de uma noite para a outra. Geralmente, o brilho aparente dessa estrela não é conhecido.

Estrela Padrão: Uma estrela não variável, cujo brilho aparente é bem determinado e conhecido.

Magnitude aparente: A medida de brilho aparente mais usada em astronomia. A escala de magnitude é inversa, significando que estrelas mais brilhantes têm os menores valores de magnitude.

Magnitude Absoluta: Essa quantidade é análoga a luminosidade, mas expressa numa dada escala de magnitude.

2. MEDINDO VARIAÇÕES DE BRILHO

Suponha que você tem imagens de uma mesma região do céu, obtidas em duas noites diferentes. A região contém duas estrelas. Uma é sua estrela <u>alvo</u>, aquela que você escolheu para estudar. A outra estrela é conhecida como tendo luminosidade constante, significando que o brilho da estrela não muda de uma noite para a outra. Ela é chamada a estrela de <u>referência</u>. Você não precisa conhecer o brilho exato dessa estrela, apenas que ele permanece constante. Para imagens de objetos pertencentes à nossa Galáxia, são escolhidas estrelas que se encontram na mesma linha de visada, entre o observador e o objeto em estudo. Se as condições de observações não mudassem de uma noite para a outra, a estrela de referência teria o mesmo brilho em ambas imagens. Se a segunda noite for mais clara que a primeira, a estrela de referência na segunda imagem será mais brilhante que na primeira. A estrela alvo pode parecer mais brilhante ou mais fraca numa das imagens, mas enquanto as correções devidas às mudanças nas condições de observação não forem levadas em conta, não fica claro se a mudança no brilho da estrela alvo é causada por diferentes condições observacionais ou mudanças na própria estrela.

Uma forma de determinar a variação de brilho da estrela alvo é medir a razão de contagens medida para a mesma, com relação a estrela de referência em cada imagem. Essa relação é chamada <u>razão de contagens</u> = C_a/C_r ;

onde C_a é a contagem medida para a estrela alvo e C_r para a estrela de referência. A razão de contagens dá diretamente o quanto a estrela alvo é mais (ou menos) brilhante que a estrela de referência.

3. CALIBRAÇÃO PARA ENCONTRAR BRILHO APARENTE

Cada vez que você faz uma observação, as condições atmosféricas podem mudar, afetando a porção de luz que chega no telescópio. Você precisa de um procedimento para encontrar o brilho de uma estrela, que é independente das condições observacionais. Além disso, cada CCD recebe a luz de forma diferente levando a diferentes números de contagens para um dado brilho, desta forma as contagens não são quantidades úteis quando se compara imagens de um telescópio com as de um outro. Para usar seus dados no contexto de outras observações e tabelas de referência, você precisa determinar o brilho da estrela em unidades que sejam independentes de um CCD em particular.

A calibração permite lidar simultaneamente com mudanças nas condições observacionais e diferentes CCDs. O processo de calibração envolve uma imagem da estrela cujo brilho você quer medir e uma outra imagem de uma estrela padrão. Ela deveria estar na mesma região do céu que se encontra nossa estrela alvo, de forma que em todas as vezes ambas passarão pelas mesmas condições observacionais. Ajuda também ter uma estrela dentro da faixa ideal de brilho (nem brilhante demais, nem fraca demais) para assegurar uma boa imagem. E mais importante, que a estrela padrão tenha seu brilho aparente já conhecido.

Dentro de condições observacionais idênticas para as estrelas alvo e padrão, a razão de suas contagens é igual a razão de seu brilho aparente. Sendo C_a as contagens medidas para a estrela alvo, C_p as contagens para a estrela padrão, B_a o brilho aparente para alvo e B_p o brilho para a padrão, então: $C_a/C_p = B_a/B_p$ ou $C_a/B_a = C_p/B_p$.

Nota importante: As imagens usadas nesse procedimento foram obtidas através do filtro vermelho (R). Esse filtro bloqueia a maior parte da luz, exceto a luz vermelha da parte visível do espectro. Quando nós calculamos o brilho aparente de uma estrela-alvo nós devemos lembrar que isso apenas se refere à quantidade de luz que está sendo emitida pelo filtro vermelho.

Com condições idênticas de observações para uma estrela padrão e estrela alvo, a razão de suas contagens é igual à razão de seus brilhos aparentes.

Vamos nomear as seguintes quantidades:

 C_a = medida das contagens para a estrela alvo

 C_p = medida das contagens para a estrela padrão

 $\mathbf{B}_{\mathbf{a}} =$ brilho aparente da estrela alvo

 $\mathbf{B}_{\mathbf{p}}$ = brilho aparente da estrela padrão

Desta forma:

 $C_a / C_p = B_a / B_p$ ou $C_a / B_a = C_p / B_p$

Reescrevendo as expressões acima de forma a encontrar o brilho aparente da estrela alvo em termos do brilho aparente da estrela padrão e das medidas das contagens para as estrelas padrão e alvo, temos:

 $\mathbf{B}_{a} / \mathbf{B}_{p} = \mathbf{C}_{a} / \mathbf{C}_{p}$ de modo que: $\mathbf{B}_{a} = (\mathbf{C}_{a} / \mathbf{C}_{p}) \mathbf{B}_{p}$

4. QUESTÕES A SEREM RESPONDIDAS

1. Qual é o brilho da estrela alvo 1 em contagens na primeira e na segunda imagem ?

2. Qual é o brilho da estrela alvo 2 em contagens na primeira e na segunda imagem ?

3. Liste alguma das razões de porque as contagens podem variar para essas estrelas nas duas imagens.

4. Meça as contagens para a estrela padrão da mesma maneira que procedeu na atividade anterior com as estrelas alvo.

5. A magnitude aparente da estrela padrão medida em um filtro R é de 12.4. Utilize a tabela de conversão de brilho (no Anexo 1) para encontrar o brilho aparente no filtro vermelho dessa estrela.

6. Use as medidas das contagens da estrela padrão, da estrela alvo 1 e o brilho aparente da estrela padrão determinado no passo 5 para calcular o brilho aparente da estrela alvo 1 no filtro vermelho. Repita o processo para encontrar o brilho aparente da estrela alvo 2.

7. Use a tabela de conversão de brilho para encontrar as magnitudes aparentes no filtro vermelho das estrelas alvo.

8. Compare as diferenças de magnitudes encontradas nas duas imagens e comente os resultados.

5. ATIVIDADES DE TÉCNICAS FOTOMÉTRICAS UTILIZANDO O DS9

Recursos do DS9 utilizados

O principal recurso utilizado para esta tarefa é aquele que permite a visualização direta e a exportação do mapa de intensidades em um arquivo na forma de matriz de dados (*Pixel Table*), feita a partir de um local indicado numa imagem.

Paralelamente a isto serão utilizadas regiões para facilitar a identificação dos objetos em que será feita a fotometria. Também será utilizado o cursor em sua forma cruzada, o que fixará a leitura da tabela de píxeis em uma dada região.

Identificando os objetos de interesse (Padrões no céu e posições relativas)

A primeira coisa a ser feita é abrir os arquivos que contém os objetos padrões para calibração fotométrica. Nesta atividade, coincidentemente, tais objetos se encontram no mesmo arquivo onde estão os objetos alvo que pretendemos obter a fotometria. Os arquivos podem ser abertos individualmente, pois o processo que será feito em um independe do processo que será feito no outro, mas você pode achar conveniente trabalhar com os dois arquivos abertos. Dessa forma, utilize os procedimentos de abertura de arquivos como explicados nas tarefas anteriores.

Muito provavelmente alterações na escala de apresentação da imagem sejam necessárias. Utilize os procedimentos de configuração da escala de níveis de intensidade e de cores conforme lhe seja conveniente.

Em um primeiro momento, tudo pode parecer uma grande confusão de estrelas e espaços vazios. Neste tipo de atividade é que a velha idéia constelação pode facilitar o trabalho do astrônomo. Faça desenhos imaginários com as estrelas mais brilhantes do campo, ou com padrões que se destaquem do grande conjunto de estrelas.

Para esta atividade foi fornecida uma imagem para ser utilizada como carta de localização (*finding chart*) de uma estrela padrão e de mais duas estrelas alvo.

Em nosso exemplo, a estrela padrão que será tomada como referência para calibração fotométrica está próxima de outras duas estrelas, de aspecto muito semelhante a ela mesma, compondo um pequeno arco no céu.



Figura 1: Carta de localização do campo de nosso exemplo. Repare no "arco" gerado pelas estrelas próximas à estrela padrão. Esta figura pode facilitar o reconhecimento da posição relativa das demais estrelas.

Os diferentes aspectos que as estrelas apresentam na imagem nada têm haver com características intrínsecas delas (como luminosidade e tamanho). Tais aspectos são basicamente uma composição do brilho aparente da estrela e do efeito que a atmosfera exerce sobre a direção da luz, que acaba impondo rápidos e pequenos deslocamentos no feixe de luz, de modo que ela é registrada no detector como proveniente de diferentes direções, formando um disco conhecido como disco de *seeing*.



Figura 2: Diferentes aspectos das estrelas da imagem em nosso exemplo. Ao aspecto circular associado às estrelas damos o nome de disco de seeing.

Reconhecido um objeto na imagem (como a estrela padrão no topo do arco de estrelas), todas as demais ficam mais simples de serem reconhecidas por composições geométricas relativas a esta.

Regiões marcando objetos de interesse

Para demarcar os objetos de interesse, regiões quadradas devem ser utilizadas, acessandose a opção Region > Shape > Box e clicando-se sobre a estrela reconhecida. Dê dois cliques com o botão principal sobre a região inserida e, na caixa de diálogo *Box*, ajuste o tamanho horizontal e vertical para *9 píxeis* no campo *Size* e atribua um novo nome à região preenchendo o campo *Text*. Ajuste o posicionamento do quadrado sobre a imagem da estrela da mesma forma como foi feito na atividade sobre as luas de Júpiter.



Figura 3: Inserindo e ajustando as configurações de uma região quadrada sobre a imagem.

Repita os mesmos procedimentos para todas as demais estrelas indicadas na carta de localização. O aspecto final da imagem com as regiões sobrepostas deve ser o seguinte:



Figura 4: Aspectos das regiões (quadrados com nomes) sobrepostas a imagem do campo de estrelas. As flechas e os textos em itálico sugerem uma metodologia de localização das estrelas Alvo a partir da estrela Padrão.

Salve um arquivo com a informação dessas regiões através da opção Region > Save Region... O formato do arquivo deve ser o do DS9/Funtools (Region > File Format > DS9/Funtools) e o sistema de coordenadas utilizado deve ser o da imagem (Region > File Coordinate System > Image).



Figura 5: Salvando um arquivo com as regiões inseridas.

Obtendo contagens sobre a imagem

Sendo uma imagem um mapa de intensidades, os valores associados aos níveis de intensidade devem ser proporcionais ao número de fótons incidentes no detector numa dada direção. Vimos, no entanto, que a luz de um objeto não provém de uma única direção, mesmo quando o objeto não é extenso, sensibilizando uma área dentro do disco de *seeing*. Desta forma, para contabilizarmos o número de fótons incidentes de um certo objeto (fotometria = mensurar o número de fótons), precisamos somar as intensidades distribuídas no padrão de *seeing* e excluir as intensidades não associadas ao objeto que está sendo estudado (como a iluminação do próprio céu).

Com os recursos nativos do *DS9* podemos obter a fotometria de um objeto de maneira bastante "manual", o que não descarta o grande valor didático da tarefa nesta etapa, onde nos concentramos nas técnicas fotométricas.

Como modelo, suporemos que a luz das estrelas que estudaremos se distribuem bem no interior de um quadrado de *9 píxeis* (o que seria, aproximadamente, o disco de *seeing*). A metodologia de trabalho se segue nas seções subseqüentes.

A tabela de píxeis

O painel de informações básicas fornece constantemente o número de contagens no píxel em que se encontra o ponteiro do mouse. A idéia básica da aplicação do *DS9* para fotometria baseia-se na soma de todas as contagens desse tipo, devidas aos fótons provenientes de um objeto, dentro de uma região cujo tamanho delimita onde a contribuição da luz do objeto ainda é significativa.

Isso é possível no *DS9* utilizando-se o recurso Analysis > Pixel Table..., que abre uma janela suplementar e gera uma tabela quadrada de tamanho regulável onde são inseridos os valores de contagem em um certo número de píxeis em torno da posição do cursor.



Figura 6: Descrição dos elementos que compõem a tabela de píxeis.

Para esta atividade, deve-se configurar o tamanho da tabela de píxeis acessando-se nela o menu Size > 9×9 (o que justifica o tamanho das regiões sobrepostas à imagem).

A janela *Pixel Table* aumentará para conter novas linhas e colunas. Assim, dois inconvenientes podem ser percebidos: primeiro que a janela não fica em primeiro plano quando se passa o ponteiro do mouse sobre a imagem e segundo que os valores não ficam fixos numa dada posição de interesse, como são os objetos assinalados.

Telescópios na Escola

76 Pixel T	able			
File Edit	Size			
	🖌 3x3	8	579	580
283	5x5	7	691	674
282	7x7	9	973	1004
281	9x9	5	762	697

Figura 7: Aumentando o tamanho da tabela de píxeis.

O primeiro problema acontece com a utilização do *DS9* no *Windows* e pode ser parcialmente contornado se clicarmos com o botão direito do mouse sobre o ícone que representa sua janela na barra de tarefas. No entanto isto tem pouco interesse se não fixarmos a leitura da tabela de píxeis para uma dada região.

O cursor em modo cruzado

Para resolvermos o problema mencionado devemos utilizar o cursor em sua forma cruzada, acessando a opção Edit > Crosshair. Neste modo, clicando-se com o botão principal do mouse sobre uma região de interesse, um par de linhas perpendiculares entre si aparecerá sobre a imagem, e o ponto de cruzamento indica onde o ponteiro do mouse se encontrava no momento do clique. Se a tabela de píxeis estiver aberta, os valores de contagem no ponto de cruzamento serão enviados diretamente à tabela de píxeis e não se alterarão com o deslocamento do ponteiro do mouse sobre a imagem (se o botão principal não estiver clicado).



Figura 8: Habilitação do cursor cruzado, seu aspecto e conseqüências.

Salvando uma tabela de contagens no local de um objeto de interesse

Agora, com o tabela de píxeis fixada no local onde se clica sobre a imagem, podemos obter arquivos com os valores de contagens no local onde se encontra cada um dos objetos de interesse. Para isso proceda da seguinte forma:

1-) Clique com o cursor cruzado bem ao centro de uma das regiões de interesse. A posição do cursor pode ser ajustada pelas setas do teclado;

2-) Na janela *Pixel Table*, acessar a opção File > Save...;



Figura 9: Centralizando o cursor cruzado no centro da região quadrada e acessando a opção File > Save da janela Pixel Table. A região quadrada tem a mesma dimensão que a tabela de píxeis, de forma que ela amostra o que será obtido na tabela, se o cursor estiver apropriadamente centralizado.

3-) Será aberta uma caixa de diálogo solicitando o nome do arquivo a ser salvo. Utilize um nome que facilite a identificação do objeto que você está amostrando, conservando a extensão para tabela de píxeis (*.pix*);



Figura 10: Salvando um arquivo com a tabela de píxeis em uma região de interesse.

Salvando uma tabela de contagens avaliando o céu

Sobre as contagens que avaliamos nos objetos de interesse, não há apenas contribuição dos fótons provenientes exclusivamente deles. Uma das principais contribuições que devem ser avaliadas é da própria emissão, reflexão ou espalhamento da luz no céu.

Esse tipo de contribuição pode ocorrer de diversas maneiras, tendo efeitos locais e globais, além de depender de diversos fatores que *a priori* não temos informação. No entanto, podemos minimizar seu efeito, considerando que uma pequena região na imagem onde não há objetos (do tamanho equivalente ao tamanho da região em que amostramos os objetos de interesse) representa bem o céu sobre toda a imagem.

Assim sendo, insira uma região quadrada como aquela usada para os objetos de interesse, denominando-a "céu" e coloque-a em uma região que atenda as condições mencionadas. Para isso será necessário mudar o ponteiro do mouse para o modo *Pointer* (Edit > Pointer). Não esqueça de salvar o arquivo de regiões com após adicionar esta.

Volte com o ponteiro do mouse para o modo cursor cruzado e posicione-o centralizado com a nova região que amostra o céu. Repita os procedimentos de 1-) a 3-), mencionados na seção anterior, para assim gerar um arquivo com a tabela de contagens do céu.



Figura 11: Região amostrando um local dominado pela emissão do céu.

Obtendo as contagens associadas a uma região

Não há, no momento, um recurso próprio do *DS9* que permita avaliar o número de contagens de uma região. Este tipo de operação pode ser mais facilmente realizada em ambiente

Linux, incorporando recursos via Internet através da opção Analysis > Virtual Observatory... > Rutger/MIT X-ray Analysis Server ou compilando o programa FuntTools ou integrando o *DS9* com os programas feitos em *IRAF*.

Com o *Windows*, podemos utilizar outro programa para operar sobre os arquivos gerados na seção anterior, pois precisamos somar todas as contagens dentro de uma região e subtraí-la de todas as contagens somadas na mesma área, mais provenientes do céu. A partir disso será possível fazer todas as operações sugeridas no material auxiliar para obtenção das magnitudes das estrelas.

Para isso preparamos uma planilha, no Excel, que permite a obtenção da fotometria dos objetos alvo que são o foco desta atividade.

Planilha do Excel para obtenção da fotometria

0 arquivo será usado fazer fotometria recebeu que para a 0 nome TecnicasFotometricas.xls é contém 4 planilhas, denominadas Flux x Mag (com uma tabela relacionando o fluxo luminoso no filtro R (brilho) e a magnitude associada), Imagem 1 (preparada para receber os dados das tabelas de píxeis feitas para imagem 1), Imagem2 (preparada para receber os dados das tabelas de píxeis feitas para imagem 2) e Calculos (com tabelas adequadas para realização dos cálculos da fotometria dos objetos).



Figura 12: As quatro planilhas do arquivo TécnicasFotometricas.xls.

Inserção das tabelas de píxeis nas planilhas Imagem1 e 2.

Para inserirmos os dados de contagens de cada um dos píxeis armazenados nas tabelas de píxeis, é necessário "importarmos" os arquivos *.pix* gerados para cada imagem da atividade, um a um. Isto é feito da mesma forma como foi feito para os arquivos gerados na atividade sobre as luas de Júpiter.

Deve-se copiar a área correspondente aos dados de contagem das tabelas de píxeis e colá-las no arquivo *TecnicasFotometricas.xls* na planilha e tabela correspondentes ao objeto amostrado.



Figura 13: Tabela de píxeis aberta pelo processo de importação do Excel, cujo conteúdo (excluindo a informação sobre as linhas e colunas da imagem onde foram extraídas) deve ser copiada para a tabela e planilhas correspondentes.

Este processo deve ser repetido para cada um dos objetos das duas imagens. Note que a célula soma para estrela padrão não está preenchida para nenhuma das planilhas. Isto deve ser feito inserindo-se uma fórmula cuja sintaxe pode ser vista a seguir:

=SOMA(B3:J11) ou =SUM(B3:J11)

			ES	TREL	A P	ADR.	ÃΟ			
11	9	124	124	118	124	122	117	111	112	
11	כ	122	144	168	164	148	129	128	109	
12	9	157	228	263	253	197	143	120	123	
14	3	211	322	427	411	312	191	139	108	
14	9	235	423	642	758	538	237	151	109	
13	3	237	464	873	####	602	227	134	111	
11	7	187	326	606	608	351	175	142	119	
10	9	146	181	262	258	204	138	125	117	
10	7	122	136	148	147	136	123	117	10	
						50	<u>/</u> =S	omai	B3:J	11)

Figura 14: Inserindo uma fórmula de soma para integrar todas as contagens no interior da região associada à estrela padrão. No final do processo, tanto a planilha *Imagem1* quanto a *Imagem2* devem estar preenchidas como na figura a seguir:



Figura 15: Aspecto das planilhas Imagem1 e Imagem2 depois de preenchidas. Os gráficos representam a distribuição de contagens dos objetos em função das coordenadas (= área da região amostrada). Note que o gráfico relativo ao céu é ruidoso, sem um padrão específico, enquanto as estrelas apresentam um padrão de "gaussiana tridimensional".

Preenchendo a planilha de cálculos

Os resultados preenchidos nas tabelas *Imagem1* e *Imagem2* são automaticamente redirecionados para a planilha *Calculos*. O que deve ser feito é estimar-se o número de contagens líquidas do objeto inserindo-se uma fórmula na coluna *Líquido* que é a diferença entre o número de contagens sobre objeto e o número de contagens sobre o céu.



Figura 16: Inserindo a fórmula para calcular o número de contagens devidas exclusivamente aos objetos.

Na coluna *Brilho?* e linha *Padrão* deve ser inserido o valor do brilho obtido na tabela de *Fluxo x Magnitude*, obtido para a magnitude conhecida da estrela padrão. Isto pode ser feito pela leitura direta da tabela ou por um ajuste que forneça uma expressão para calcular tal valor.

O valor do brilho para as linhas *Alvo 1* e *Alvo 2* devem ser calculadas segundo a proporção que o brilho das estrelas alvo guardam com a estrela padrão. Ou seja:

Brilhoalvo = (Contagemalvo / Contagempadrão).Brilhopadrão

C	D	E	F	G			
	М	MAGEM	1				
	AVALICA	ÇÃO DE	BRILHO				
	Contagem	Céu	Líquido	Brilho?			
Padrão	18510	8639	9871	1.90E-14			
Alvo 1	12632	8639	3993	7.69E-15			
Alvo 2	29353	8639	20714	3.99E-14			
	Determinaç	ÃO DE M	/AGNITUDI	ES			
Estrela	1	R					
Alvo 1							
Alvo 2							

A figura a seguir ilustra como isto é feito no Excel:

Figura 17: Inserindo o brilho da estrela padrão e calculando o brilho das estrelas alvo.

Com a informação dos brilhos de cada alvo, basta utilizar a tabela correlacionando o fluxo e a magnitude dos objetos de maneira inversa da que foi feita para estrela padrão, e preencher os valores de magnitudes derivadas para o filtro R.

A mesma coisa deve ser feita para as tabelas da imagem 2. Ao final do processo, as tabelas de determinação das magnitudes no filtro R conterão os resultados da tarefa.