



As ferramentas do Astrônomo

O que medimos, como medimos e o que aprendemos.

Roberto Cid Fernandes Jr., Antônio Kanaan, Jean Michel S. de M. Gomes (UFSC)

Prefácio

Durante muito tempo a Astronomia se ocupou primariamente da medida da posição dos astros e da compreensão de seus movimentos. Este tipo de trabalho desempenhou um papel importante na história da humanidade, propiciando o desenvolvimento de ferramentas de orientação úteis (por exemplo, nas grandes navegações) e contagem do tempo, tarefa que até pouco tempo era de responsabilidade exclusiva de observatórios astronômicos. A compreensão da *natureza física* dos astros, contudo, requer medidas mais detalhadas de suas propriedades do que sua posição no céu. Hoje em dia, ao apontar um telescópio para uma estrela, astrônomos podem inferir sua temperatura, luminosidade, composição química, massa, estrutura interna, idade, campo magnético, taxa de rotação, se ela possui planetas a seu redor, etc.. Observando galáxias, podemos descobrir que tipos de estrelas vivem nela, quando ela se formou, quanto gás ela contém, a temperatura e geometria desse gás, como estrelas e gás se movimentam dentro da galáxia, como está distribuída a matéria, com que velocidade a galáxia se afasta de nós, se ela possui um buraco negro super massivo em seu núcleo, etc.. A Astrofísica é a ciência que coleta e analisa toda esta informação, com o objetivo nada modesto de entender como nascem, vivem e morrem estrelas, galáxias e demais peças desse quebra cabeça cósmico que é o universo.

Os objetivos deste texto são (1) apresentar alguns dos tipos de medidas realizadas corriqueiramente em observatórios astronômicos e (2) descrever como essas medidas se relacionam com propriedades fundamentais dos astros - uma espécie de “be-à-bá” da Astrofísica moderna. Ao percorrer esse caminho “dos dados à interpretação”, vamos nos deparar com vários tipos de objetos astronômicos, como estrelas, galáxias, nebulosas e planetas, tópicos que são geralmente apresentados de forma estanque em textos de introdução a astronomia. De fato, cada um deles mereceria um capítulo à parte – o leitor pode (e deve) aprofundar seus conhecimentos sobre objetos específicos consultando a bibliografia recomendada. Também é comum separar a discussão de técnicas de observação da teoria por trás de cada tipo de objeto. Neste texto, ao contrário, o experimental e o teórico estão deliberadamente misturados, em uma tentativa de ilustrar como dados observacionais são combinados com princípios físicos básicos para estudar diferentes tipos de astros.

O texto faz uso de conceitos de física básica equivalentes ao ciclo básico de uma graduação em Física, embora boa parte do material aqui apresentado possa ser aproveitado ou adaptado para uso no ensino médio. Especificamente, supõe-se que o leitor tenha



conhecimentos básicos de Mecânica, Termodinâmica, Óptica e noções elementares de estrutura atômica. Habilidades matemáticas mínimas são suficientes; derivadas e integrais praticamente não são usadas. Não se supõe nenhum conhecimento prévio de Astronomia ou Astrofísica, porém, este texto está longe de ser uma introdução completa a esses temas. Tópicos como coordenadas e movimento celeste, eclipses, medidas de tempo e estações do ano, não são sequer mencionados. Outro tópico pouco discutido é Evolução Estelar. Embora fenômenos associados à evolução de estrelas apareçam ao longo do texto, a discussão é insuficiente para uma compreensão adequada deste que é um dos pilares da astrofísica moderna. Futuras revisões deste texto tratarão de corrigir este lapso. Como todo livro texto, esta é uma obra em perpétuo desenvolvimento...

Começamos com uma descrição geral de como funcionam telescópios e demais aparatos usados para observar o Cosmos (capítulo 1). Feito isso, nos concentramos em duas técnicas de observação, imagens (capítulo 2) e espectroscopia (capítulo 3), explorando a informação física que elas nos oferecem quando aplicadas a estrelas, galáxias, etc. O apêndice contém uma tabela de constantes úteis para a resolução dos exercícios propostos. É importante alertar o leitor que boa parte dos exercícios espalhados ao longo dessa unidade vão bem além de simples “aplicações de fórmulas”. De fato, vários tópicos específicos são abordados exclusivamente em exercícios! (Portanto, leia os exercícios, mesmo que você não pretenda resolvê-los!)

Bom proveito.

Roberto Cid Fernandes Jr.
Antônio Kanaan
Jean Michel S. de M. Gomes

Florianópolis, março de 2002.

Capítulo 1

Telescópios, instrumentos e detectores

A maior parte das medidas em Astrofísica lida com a coleta e análise de radiação eletromagnética proveniente de estrelas, galáxias e outros objetos. Historicamente, a astronomia se desenvolveu a partir de observações na faixa do óptico (luz visível), pelo simples fato de que é nesta faixa que enxergamos. Hoje em dia, porém, é possível coletar radiação desde ondas de rádio até raios gama, cobrindo praticamente todo o espectro eletromagnético (**figura 1.1**). Observações em certas faixas espectrais, como os raios-X, ultra-violeta e infra-vermelho, têm de ser realizadas a partir de satélites, pois a atmosfera terrestre absorve estes comprimentos de onda (λ) com tamanha eficiência que impede a captação de fótons em observatórios na superfície da Terra (**figura 1.2**).

Boa parte dos progressos recentes da astrofísica é devida a vários satélites que nos permitem estudar os astros nestes λ 's, tais como o Telescópio Espacial Hubble (que capta fótons do ultra-violeta até o infra-vermelho próximo), os satélites infra-vermelho IRAS (Infra-Red Astronomical Satellite) e ISO (Infra-Red Space Observatory), Einstein, Chandra e XMM-Newton (que “enxergam” na faixa de raios-X), COBE (Cosmic Background Explorer, que detecta micro-ondas) e muitos outros. Sem a visão pancromática, que estas observações multi- λ do céu proporcionam, não seríamos capazes de sequer detectar certos tipos de objetos astronômicos. Nuvens frias ($T \sim 10\text{--}100$ K) de Hidrogênio neutro ou molecular, por exemplo, emitem primariamente em ondas de rádio, enquanto que o gás quente ($T > 10^7$ K) que permeia aglomerados de galáxias emite, principalmente, em raios-X (lembre-se da **Lei de Wien**, que diz em que λ um corpo de temperatura T emite mais: $\lambda_{\max} T = 0,0029 \text{ m.K}$). O céu é literalmente diferente em faixas espectrais! Se fosse possível, e você observasse o céu em, digamos, ondas de rádio, dificilmente reconheceria algo. Nossa visão do universo seria tremendamente limitada se ainda estivéssemos presos à pequena faixa do espectro eletromagnético que nossos olhos percebem, aproximadamente de 4000 a 7000 Å.

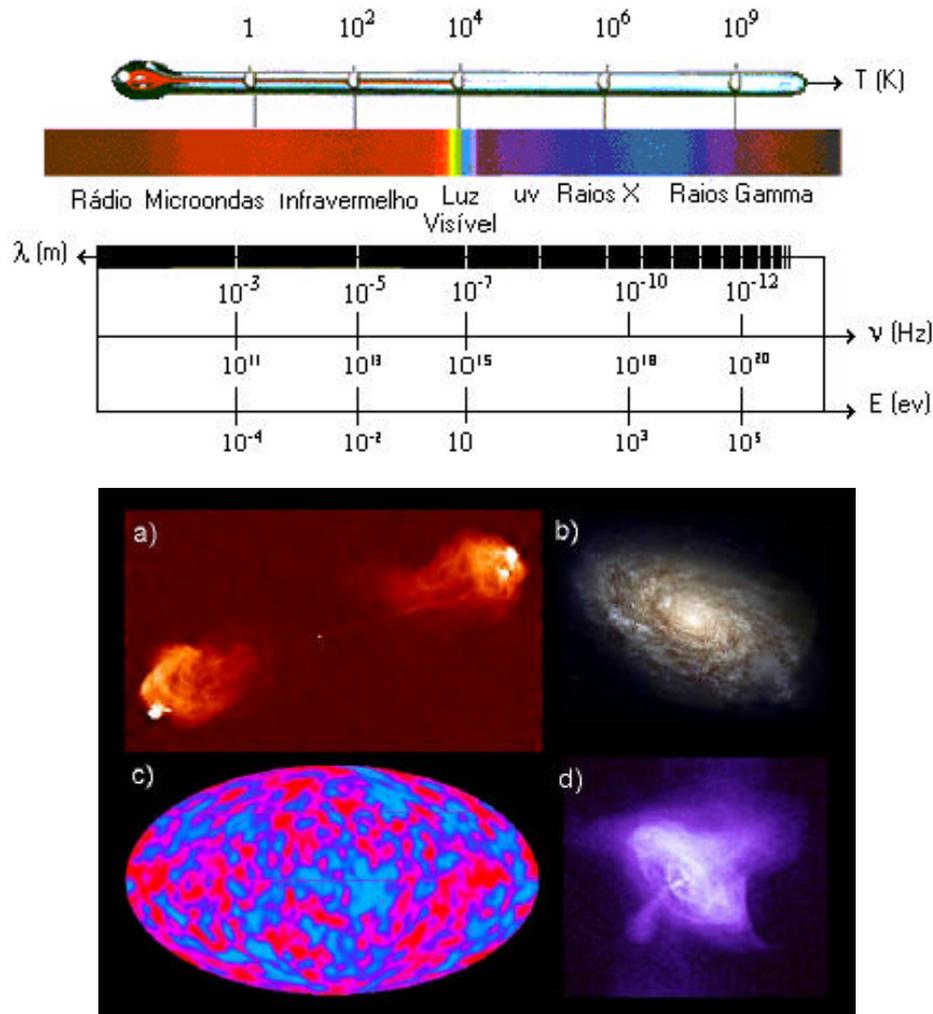


Figura 1.1 - O espectro eletromagnético, indicando as escalas de comprimentos de onda (λ), frequência (ν) e energia ($E = h\nu$). A escala de temperatura corresponde à Lei de Wien: $T = 0,0029/\lambda$ K.m. Os painéis (a)-(d) ilustram imagens em diferentes faixas espectrais. (a) Imagem em ondas de rádio ($\lambda = 6$ cm) da galáxia Cignus A, com seus jatos relativísticos se estendendo quase 1 Mpc! A galáxia propriamente dita é o pequeno ponto no centro da imagem. Dados do rádio telescópio Very Large Array. (b) Imagem da galáxia NGC 4414 na faixa do visível, obtida com o Telescópio Espacial Hubble. (c) Mapa das flutuações de temperatura da radiação cósmica de fundo obtida pelo satélite COBE na faixa de micro-ondas. Regiões mais quentes são pintadas de azul e as mais frias de vermelho. A radiação de fundo tem uma temperatura de 3 K, enquanto as flutuações ao redor desse valor são de apenas $\sim 30 \mu\text{K}$ (ou seja, $\Delta T/T$ é de 1 parte em 100000). (d) Imagem da nebulosa do Caranguejo em raios X, obtida com o satélite Chandra.

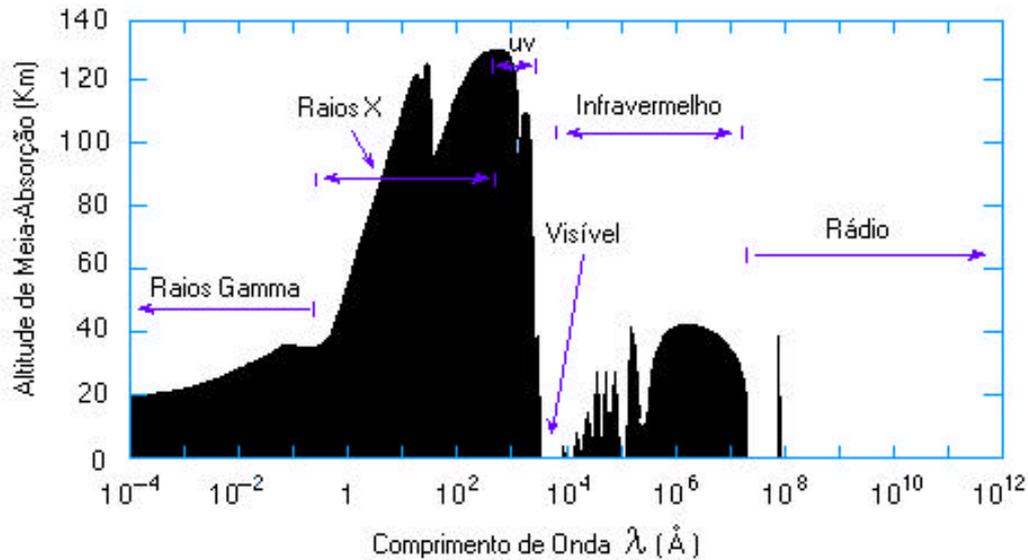


Figura 1.2 - A atmosfera da Terra absorve parte da radiação proveniente de objetos celestes. Esta absorção é diferente em diferentes comprimentos de onda. Este gráfico mostra a que altura acima do nível do mar a intensidade da radiação que vem do espaço é reduzida à metade. A radiação nas faixas do visível e ondas de rádio praticamente não é afetada pela atmosfera. Já em outras faixas espectrais, como o ultravioleta e os raios X, a atmosfera é opaca, e praticamente, toda radiação incidente é absorvida antes de chegar ao solo. Se fosse possível enxergarmos em raio-X, por exemplo, não veríamos praticamente nada! Para saber como é o céu nestes λ 's é necessário realizar observações a partir de satélites.

EXERCÍCIO 1.1: Pequenas partículas de poeira espalhadas pelo corpo de uma galáxia são aquecidas a temperaturas de ~ 10 a 100 K pela radiação proveniente de estrelas. Em que faixa espectral você escolheria estudar a emissão dessa poeira? (Dica: Use a lei de Wien: $\lambda_{\text{max}} T = 0,0029 \text{ m.K}$). Considerando a **figura 1.2**, você escolheria fazer suas observações da terra ou do espaço?

Os equipamentos usados para captar e contar fótons provenientes de objetos astronômicos variam em tamanho, forma e tecnologia de uma faixa espectral para outra, mas basicamente consistem de quatro elementos fundamentais (ver **figura 1.3**):

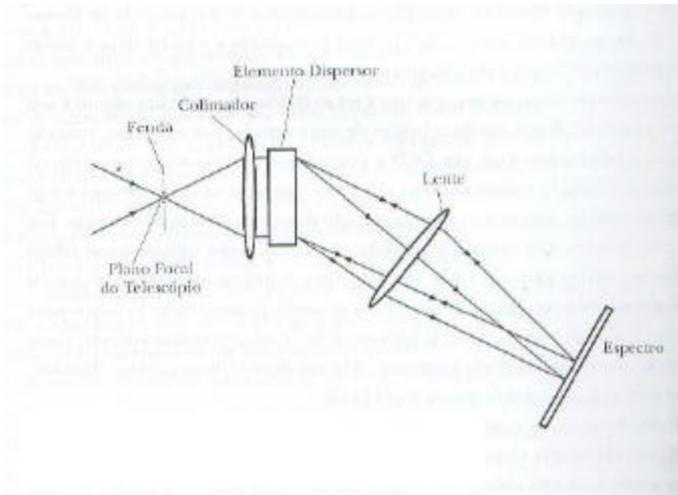


Figura 1.3 – Diagrama ilustrando o funcionamento de um espectrógrafo e foto do telescópio de 1,6 m do Laboratório Nacional de Astrofísica (Itajubá, MG).

(1) Uma **superfície coletora**, que intercepta uma parte do feixe de luz incidente e o focaliza, isto é, o redireciona, fazendo-o convergir para um ponto focal. Exemplos: a lente objetiva de uma máquina fotográfica ou de uma luneta, o espelho em um telescópio óptico e a antena (ou o “prato”) em um rádio-telescópio. Tanto lentes como espelhos podem ser usadas para este fim, mas devido a dificuldades técnicas para se construir lentes de grande porte todos os grandes telescópios do mundo usam *espelhos* como superfícies coletoras. O espelho pelo qual a radiação é coletada chama-se *espelho primário*. Quanto maior a *área* do espelho primário mais radiação será coletada. Por exemplo, um telescópio com um espelho primário de 2 m de diâmetro se capta um quarto de luz que em um telescópio de 4 m. Certos objetos astronômicos, como galáxias distantes ou estrelas muito fracas, são tão pouco brilhantes que necessitam de telescópios muito grandes para serem detectados e analisados. Isso explica porque astrônomos do mundo inteiro estão permanentemente engajados na busca de tecnologias que permitam construir espelhos cada vez maiores. O maior telescópio óptico em operação hoje em dia (2003) é o Keck, localizado no Hawaii, com seu espelho primário de 10 m de diâmetro. Rádio telescópios podem ser bem maiores (o de Arecibo, em Porto Rico, tem 300 m de diâmetro), pois a perfeição exigida na forma da superfície é bem menor do que a de telescópios ópticos, uma vez que os comprimentos de onda em rádio (da ordem de metros) são muitíssimo maiores dos que os no óptico ($\lambda \sim 5 \times 10^{-7}$ m).

QUADRO I – Montagens

Telescópios necessitam seguir o movimento de astro no céu. A maneira como isto é feito depende da **montagem**, isto é, de seu sistema de eixos e motores. As montagens dividem-se basicamente em equatoriais e altazimutais, ilustradas na **figura 1.4**. Nas equatoriais um eixo está paralelo ao eixo de rotação da Terra e outro perpendicular. Nas altazimutais um eixo é paralelo à vertical do lugar, apontando para o zênite. A grande vantagem das montagens equatoriais está no fato de que movimentos em apenas um eixo são necessários para acompanhar o movimento diurno (e noturno!) dos astros já que um eixo é paralelo ao eixo de rotação. Este eixo é chamado de eixo polar. Basta girar o eixo polar a uma velocidade de uma rotação por dia que o telescópio acompanha as estrelas. Nas montagens altazimutais o eixo vertical e o horizontal precisam ser movidos simultaneamente para que possamos acompanhar o movimento diurno dos astros. Isto requer um sistema computadorizado para o cálculo dos movimentos em cada eixo. Isto é trivial hoje em dia, mas era bastante complicado até a década de 80, razão pela qual a grande maioria dos telescópios mais antigos ainda usa sistema equatorial.

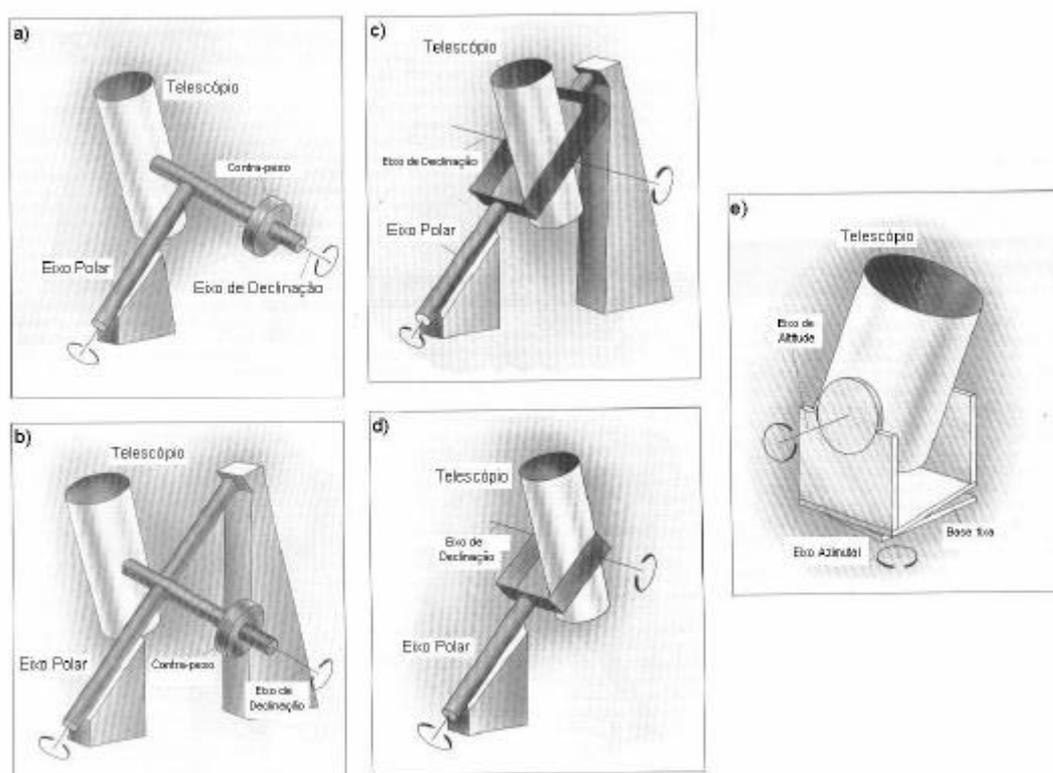


Figura 1.4 – Diferentes montagens de telescópios (vide quadro I). Mostram-se as variações de **montagens equatoriais** de (a) até (d) e uma **montagem altazimutal** em (e). (a) Montagem Germânica. (b) Montagem inglesa modificada. (c) Montagem inglesa. (d) Montagem tipo garfo. Nessas montagens, de tipo equatorial, o telescópio acompanha o movimento de um astro (causado pela rotação da Terra) acionando um motor no eixo leste-

oeste. (e) **Montagem Dobsoniana.** Nesta montagem, de tipo altazimutal, o telescópio acompanha o movimento de um astro por meio de motores que atuam nos eixos de altura e azimute.

(2) Um “**sistema óptico**” que focaliza a radiação coletada a um ponto focal. A luz refletida pelo espelho primário pode passar por outros espelhos (secundários, terciários...) e lentes, cujas geometrias e funções dependem do desenho do telescópio e do tipo de observação que se deseja. Em um telescópio com um arranjo de tipo Cassegrain, ilustrado nas **figuras 1.3 e 1.5**, a radiação que incide sobre o espelho primário é refletida para o secundário, que por sua vez remete o feixe de luz para um pequeno buraco no centro do primário. O foco nesse caso se encontra *abaixo do espelho primário*, e é aí que se colocam instrumentos para, por exemplo, registrar a imagem formada. Existem vários outros tipos de arranjos ópticos, cada um com suas vantagens e desvantagens (ver **figura 1.5**).

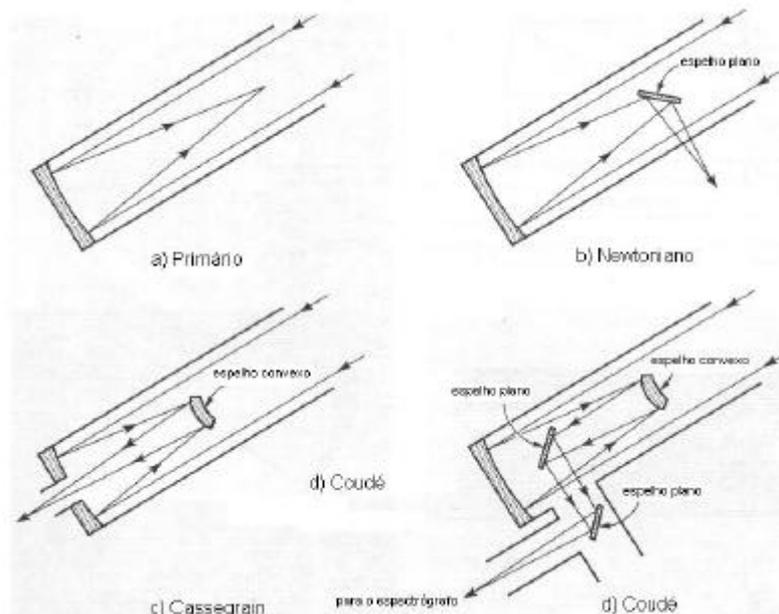


Figura 1.5: Diferentes arranjos ópticos de telescópios. (a) Foco primário: usado para imageamento de campos de tamanhos de $\frac{1}{2}^\circ$ até 2° . (b) Foco Newtoniano: atualmente usado apenas em telescópios amadores. (c) Foco Cassegrain: o mais comum em telescópios profissionais, (d) Foco Coudé: usado para espectroscopia de alta resolução.

(3) Um **instrumento** que atua sobre o feixe de luz, por exemplo, selecionando apenas uma certa faixa de comprimentos de onda (como um *filtro*) ou então deixando passar apenas os raios com campo-elétrico orientado em uma certa direção (um *polarímetro*), ou dispersando o feixe em diferentes λ 's (como um *prisma* ou uma *rede de difração*), ou ainda separando, com um conjunto de fibras ópticas, diferentes partes da imagem formada no plano focal e canalizando estas partes para outros instrumentos. Hoje em dia existe uma imensa variedade de instrumentos que exploram diferentes maneiras de processar um feixe de luz e

permitem analisar diversas propriedades do objeto em estudo. Pode-se dizer que o instrumento é a principal parte do sistema, pois de nada vale um telescópio gigante sem um bom instrumento a ele acoplado. O desenvolvimento de instrumentação astronômica é uma área intensa de pesquisa, envolvendo tecnologia de ponta em várias áreas da Física e Engenharia (eletrônica, mecânica, novos materiais, computação, etc.).

(4) Um **detector**, que basicamente mede a intensidade da radiação que passa pelo sistema como um todo. O olho humano foi o primeiro detector astronômico. Porém, a imagem romântica de um cientista louco e cabeludo com a cara enfiada em sua luneta no pico de uma montanha remota não poderia estar mais distante da realidade atual. Astrônomos continuam meio loucos (e, alguns, cabeludos), mas hoje em dia eles raramente olham através de telescópios! O papel do olho foi substituído por, inicialmente, filmes e placas fotográficas, e mais recentemente por câmeras digitais (CCD's), fotômetros e outros dispositivos eletrônicos que transformam radiação em corrente elétrica (pela geração de fotoelétrons), que pode ser medida facilmente. Esses detectores, além de serem mais sensíveis que o olho humano, permitem medir de maneira quantitativa (isto é, não subjetiva) a intensidade da luz proveniente do objeto. Além disso, eles podem fazer algo que o olho não faz: Integrar! Se você aponta um desses detectores para, digamos, a Grande Nuvem de Magalhães, por um certo tempo t_{exp} , a imagem obtida será mais nítida e exibirá mais detalhes (como estrelas cada vez mais fracas) quanto maior for o tempo de exposição, pois mais luz é coletada. Obviamente, podemos regular o tempo de exposição a nosso gosto. Já com o olho, não importa quanto tempo você fique olhando sem piscar para a Grande Nuvem: a imagem que se forma em sua retina não se altera. Isto porque não podemos regular t_{exp} voluntariamente, pois a retina acumula a luz apenas por uma fração de segundo, descartando-os passado este intervalo.

O que é feito com a radiação que chega ao ponto focal depende, portanto, do tipo de instrumento e detector que acoplamos ao telescópio. Podemos, por exemplo, simplesmente contabilizar a intensidade da radiação incidente, o que nos forneceria uma medida de quão brilhante é o objeto para o qual apontamos o telescópio. *Fotômetros* são detectores que se enquadram nessa descrição. Alternativamente, podemos adaptar uma **câmera de imageamento** ao telescópio, sobre a qual se formaria uma imagem (uma “fotografia”) do objeto, seja ele uma nebulosa, uma estrela ou uma galáxia. Esta modalidade de observação permite medir a intensidade da radiação proveniente de diferentes regiões do objeto, preservando, portanto, a informação sobre sua forma, ao passo que um fotômetro apenas mede a intensidade total da radiação proveniente do objeto, independente de sua morfologia (assim como a leitura de uma balança não permite dizer se você é alto ou baixo). Uma outra maneira de usar os fótons coletados é jogá-los sobre um **espectrógrafo**, que dispersa a radiação incidente nos seus comprimentos de onda constituintes. Essencialmente, um espectrógrafo funciona como um prisma, dividindo o feixe em azul, verde, vermelho, etc, ou seja, com o próprio nome diz, o espectrógrafo nos fornece o **espectro** do objeto. Este pequeno “arco-íris” é então projetado sobre um detector (por exemplo, uma câmera CCD) que registra a intensidade da luz em função de λ .

Nos capítulos seguintes estudaremos os princípios gerais e que tipo de informação física se extrai a partir destas duas principais técnicas de observação astronômica: **imagens e espectroscopia**.

----- QUADRO II - Câmeras CCD -----

Um CCD é um “chip” eletrônico, feito de material semicondutor, como o Silício, e manufaturado para ser sensível ao impacto da luz sobre sua superfície. Este chip é dividido em uma *matriz* formada por elementos chamados *pixel*. Quanto maior o tamanho da matriz, maior é a área do céu que pode ser imageada. Quanto menor o tamanho de cada pixel, melhor é a resolução da imagem, isto é, mais detalhes ela exhibe. Tipicamente, um CCD tem uma área de 1,5 cm x 1,5 cm, e $1000 \times 1000 = 1$ milhão de pixels, com pixels de $15\mu\text{m}$ de lado tipicamente. Um fóton, ao cair sobre um pixel, libera um elétron do chip, graças ao efeito fotoelétrico. Assim, cada pixel funciona como um balde que armazena água da chuva. Quanto mais gotas/fótons chovem no balde/pixel, mais elétrons ele acumula. Depois de acabada a exposição, basta contar quantos elétrons se acumularam em cada balde que teremos nossa imagem digital. Câmeras CCD são muito comuns hoje em dia. Máquinas fotográficas digitais e câmeras de vídeo usam estes dispositivos. Os CCD's usados em astronomia são muito mais sensíveis, pois têm que captar intensidades muito baixas de luz. Uma vantagem de CCD's é que eles são bastante lineares, isto é, a relação entre fótons coletados pelo número de fótons incidentes é praticamente constante. Isto facilita a conversão de carga coletada em número de fótons, procedimento que é chamado de *calibração* da imagem. Em filmes ou placas fotográficas, essa conversão é bem mais delicada.

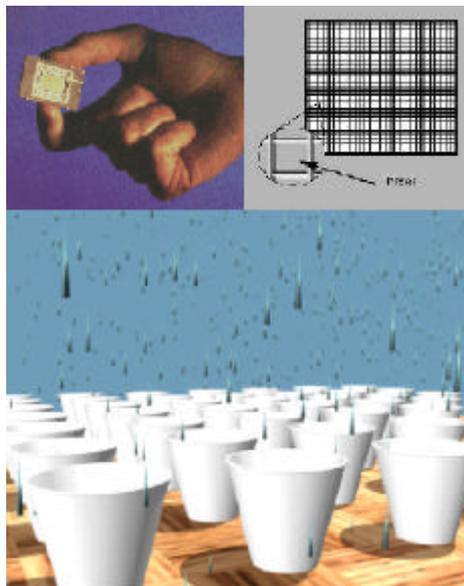


Figura 1.6 – CCDs são chips de dimensões pequenas, divididos em uma matriz de pixels. Cada pixel coleta fótons assim como cada balde na figura coleta gotas de chuva. CCDs podem ser acoplados a telescópios para registrar tanto imagens como espectros.

Capítulo 2

Imagens

Quando você tira uma fotografia de uma paisagem, digamos, o pôr do Sol em uma praia, a foto revela 3 tipos de informação:

- (1) **Forma e tamanho:** A foto mostrará que o Sol tem uma forma redonda, ou, se ele estiver se pondo no mar, você verá um círculo cortado na linha do horizonte. Você pode facilmente medir qual o diâmetro do Sol na foto usando uma régua. Digamos que você obtém $D_{\text{sol}} = 2$ cm. O tamanho do Sol em cm na foto depende da ótica de sua máquina fotográfica, se você usou um zoom, da ampliação na revelação, etc. Como sabemos que o Sol têm um diâmetro de $\frac{1}{2}$ grau no céu, a correspondência entre centímetros na foto e graus no céu é $2 \text{ cm} / 0,5 \text{ grau}$, ou seja, $4 \text{ cm} / ^{\circ}$. Astrônomos chamam este valor de *escala de placa*.
- (2) **Intensidade:** A parte da foto que contém o Sol será mais brilhante do que, por exemplo, a que contém o céu ou o mar, pois a luz proveniente do Sol é mais intensa do que a dos demais elementos na foto. Em uma fotografia comum você não tem como quantificar este nível de intensidade, a menos que você digitalize a foto (por exemplo, com um scanner) e a processe com um programa de tratamento de imagens.
- (3) **Cor:** Filmes fotográficos e câmeras digitais comerciais são capazes de distinguir cores. Assim, o Sol aparecerá avermelhado, o céu azul e a areia da praia esbranquiçada. Cores podem também ser obtidas através da composição de imagens obtidas através de filtros diferentes. Fotos com um filtro azul, outro verde e um vermelho, por exemplo, podem ser combinadas para reconstruir a foto colorida da paisagem mesmo que usemos um filme preto e branco.

Estes são também os três tipos de informação que obtemos em imagens astronômicas. A principal diferença é que astrônomos necessitam *quantificar*, isto é, transformar em números, a intensidade, forma e cor da nebulosa, estrela, galáxia, ou seja lá o que for. Por que? Ora, porque é a partir desses números inferimos várias *propriedades físicas* do objeto. Vamos começar nosso estudo pela da medida de intensidade da radiação, a partir da qual podemos calcular quanta energia luminosa o objeto produz por unidade de tempo, ou seja, sua **potência**. Astrônomos chamam a potência de um astro (que, como para uma lâmpada, se pode medir em Watts) de **Luminosidade** (L).

2.1 – LUMINOSIDADE E FLUXO

A luminosidade de um astro está intimamente ligada a processos físicos que geram energia. No caso de uma estrela, este processo é a fusão nuclear que ocorre no núcleo da estrela, um gigantesco reator onde elementos leves são transformados em elementos mais pesados, liberando energia de ligação nuclear (que no fundo corresponde à conversão de massa em energia segundo $E = mc^2$). No caso de uma galáxia, a luz que vemos na faixa do óptico provém principalmente das estrelas que a habitam, de modo que a luminosidade medida nos permite inferir quantas estrelas ela contém (tipicamente, de centenas de milhões a dezenas de bilhões de estrelas).

No núcleo de certas galáxias, conhecidas como galáxias ativas ou quasares, a radiação provém de outra fonte: a liberação de energia gravitacional de gás sendo engolido por um Buraco Negro milhões de vezes mais massivo que o Sol. A energia potencial liberada na queda vira energia cinética que, por mecanismos de viscosidade, é transformada em calor e finalmente em radiação. O mesmo processo ocorre em algumas estrelas binárias, nas quais uma estrela transfere matéria para a outra. Em nebulosas, a emissão pode provir de sua energia térmica (ou seja, do movimento dos íons, átomos ou moléculas que a constituem), ou de fótons liberados por elétrons que caem de níveis de energia altos em direção ao estado fundamental (uma “cascata quântica”) após serem excitados por radiação proveniente de uma estrela muito quente, ou de um núcleo ativo. Existe, portanto, muita *Física* por trás da luz que coletamos de objetos astronômicos. Apenas com medidas quantitativas da intensidade da radiação podemos usar os dados coletados para estudar as propriedades físicas do objeto, como sua massa, temperatura e composição química, e assim entende-los melhor.

A maneira de medir a intensidade de luz depende do tipo de detector que usamos. Câmeras CCD (**figura 1.6**) são os detectores mais populares hoje em dia (ver quadro II) para observações entre o ultravioleta e o infravermelho. Esses detectores dividem a imagem em uma *matriz*. A luz que incide sobre cada *pixel*, isto é, sobre cada elemento desta matriz, gera elétrons numa proporção de aproximadamente um elétron por fóton. Contando o número de elétrons acumulados em uma imagem com uma exposição de duração t_{exp} , obtemos quantos fótons chegam ao detector por unidade de tempo. Se soubermos a energia de cada fóton (o que podemos controlar usando diferente filtros – ver seção 2.4), obtemos quanta energia atinge o detector por unidade de tempo.

Esta não é, ainda, a luminosidade do objeto, pois de todos os fótons por ele emitidos apenas uma fração ínfima é interceptada pela superfície coletora do telescópio! Para entender isso, imagine uma estrela como o Sol, que radia $3,9 \times 10^{26}$ W, valor conhecido como **luminosidade solar** (L_{\odot}). A luz que ela radia se espalha em todas direções do espaço, e quanto mais longe ela estiver mais fraca parecerá. Digamos que esta “irmã gêmea” do Sol está a uma distância $d = 10$ anos-luz = $3,06$ pc = $9,46 \times 10^{16}$ m de nós. Dos $3,9 \times 10^{26}$ Joules que ela emite a cada segundo, apenas uma fração minúscula chega aqui na Terra. Imagine toda esta luminosidade cruzando uma superfície esférica de raio d centrada

na estrela. A área desta esfera é $4\pi d^2$, de modo *cada metro quadrado* aqui na Terra recebe $3,9 \times 10^{26} / 4\pi (9,46 \times 10^{16})^2 = 3,5 \times 10^{-9}$ Joules por segundo. Se nosso telescópio possui uma superfície coletora de 10 m^2 (que corresponde a um espelho primário de 3,6 m de diâmetro), ele coleta $3,5 \times 10^{-8} \text{ W}$, ou seja, 3 bilhões de vezes menos que uma lâmpada de 100 W e 10^{34} vezes menos do que a estrela emite! Os números podem assustar, mas apenas refletem o fato de que a radiação se dilui com a distância segundo a lei do inverso do quadrado.

Para passar da potência medida para a potência intrínseca L da estrela temos necessariamente que saber a que **distância** ela se encontra. Matematicamente, esta relação se dá através do conceito de **Fluxo**:

$$F = L / 4\pi d^2$$

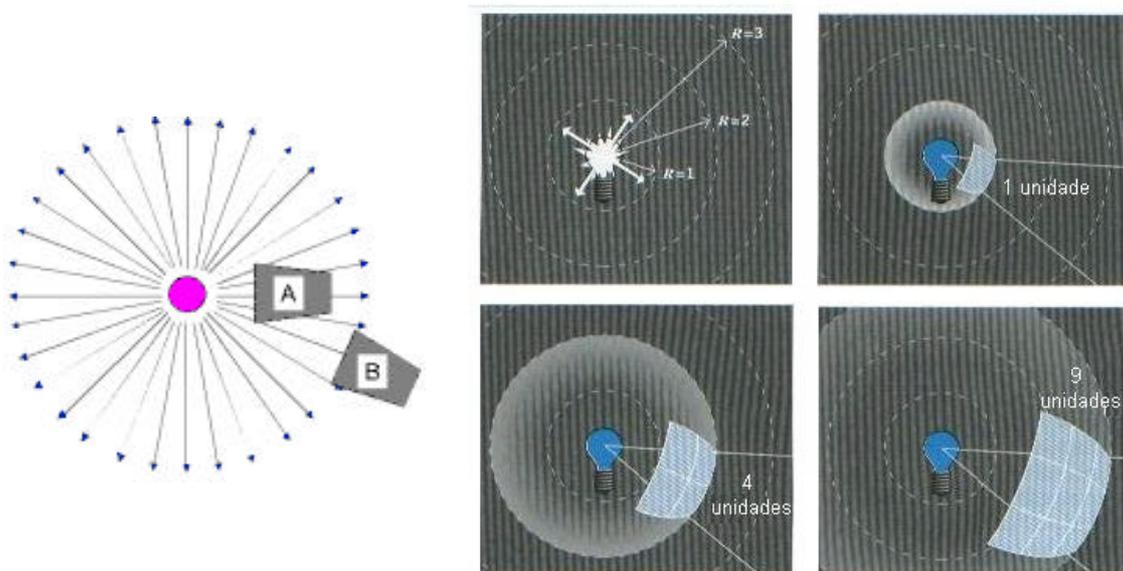


Figura 2.1 – O conceito de Fluxo. Na figura da esquerda, o “balde” A coleta mais fótons por segundo do que o balde B pois está mais próximo da fonte. Sendo L a luminosidade da fonte, os fluxos em A e B são $F_A = L / 4\pi d_A^2$, e $F_B = L / 4\pi d_B^2$. A relação entre F_A e F_B é $F_A / F_B = (d_B/d_A)^2$. A figura da direita também demonstra a diluição do fluxo com o inverso do quadrado da distância. A radiação que cruza uma unidade de área a uma distancia d cruza quatro unidades de área a uma distância $2 d$.

Como demonstrado no exemplo acima, F mede quanta energia cruza uma unidade de área em uma unidade de tempo. A unidade de fluxo é, portanto, $\text{J s}^{-1} \text{ m}^{-2}$, ou W m^{-2} , embora astrônomos frequentemente usem **magnitudes** para expressar fluxos (ver quadro III abaixo). Este conceito de fluxo é o mesmo usado para quantificar a intensidade do som, ou a intensidade de chuva em uma certa região. Dizer que choveram 10000 litros de água não é de nenhuma utilidade se não dissermos durante quanto tempo choveu (Uma hora? Uma

semana? Um ano?) nem sobre que área caíram os 10000 litros (1 m²? 1 km²? Em toda Bahia?). Só depois de especificarmos o fluxo saberemos se se trata de uma goteira, uma garoa ou um dilúvio. Os fotoelétrons que contamos em nosso CCD medem, portanto, o **fluxo** de radiação proveniente do objeto, e não sua luminosidade. Em astronomia, a medida de fluxos é chamada de **fotometria**.

EXERCÍCIO 2.1: Uma “metralhadora isotrópica” dispara balas em todas direções a uma taxa de 1000 balas por segundo. Um balde com abertura de 1 m² está embocado na direção da metralhadora, a uma distancia de 5 m desta. Quantas balas o balde intercepta por segundo? Quanto tempo demora para ele acumular 3000 balas? E para um balde a 50 m de distância?

EXERCÍCIO 2.2: Sendo a luminosidade do Sol $3,9 \times 10^{26}$ W e a distância do Sol à Terra de 150 milhões de km, qual o fluxo do Sol na Terra, em W m⁻²? A quantas lâmpadas de 100 W vistas de 1 m de distância corresponde este fluxo?

EXERCÍCIO 2.3: Suponha que o comprimento de onda médio dos fótons que saem do Sol é de 5000 Å, o que equivale a uma energia $E = hc / \lambda = 4 \times 10^{-19}$ J. Calcule (a) quantos fótons o Sol emite por segundo, e (b) quantos fótons incidem por segundo na palma de sua mão, assumindo que ela tem uma área de 80 cm².

EXERCÍCIO 2.4: Imagine a superfície da Terra inteiramente coberta com lâmpadas de 100 W, cada uma com 30 cm² de área. Sabendo que o raio da Terra é de $R = 6731$ km, qual seria a luminosidade da Terra? Parece muito? Então expresse o resultado em luminosidades solares ($L_{\odot} = 3,9 \times 10^{26}$ W).

EXERCÍCIO 2.5: Digamos que uma pessoa tem uma área de 0,85 m² quando vista de frente. Quantos Joules incidem sobre essa pessoa durante uma hora deitada na praia, com o Sol a pino? Quantas duchas de 5 minutos em um chuveiro de 1000 W você poderia tomar com essa energia?

Em princípio, o fluxo não nos diz se o objeto é intrinsecamente luminoso ou não; F nos dá apenas o **brilho aparente!** A estrela gêmea do Sol no exemplo acima, apesar de possuir a mesma luminosidade que o Sol, é obviamente muito menos brilhante (isto é, seu fluxo medido é menor que o do Sol), simplesmente porque se encontra muito mais distante. Outro exemplo que ilustra o efeito da distância é que uma galáxia típica possui dezenas de bilhões de estrelas, sendo portanto dezenas de bilhões de vezes mais luminosa que uma estrela individual. Contudo, a olho nu, vemos milhares de estrelas no céu (todas elas pertencentes a nossa galáxia), mas apenas três galáxias, Andrômeda e as duas Nuvens de Magalhães, e mesmo essas galáxias são difíceis de visualizar. Galáxias estão tão distantes

que, apesar da enorme luminosidade, o fluxo é pequeno demais para ser percebido pelo olho humano. Métodos para medir a distância de objetos astronômicos são fundamentais para calcularmos suas luminosidades. Alguns desses métodos serão discutidos no decorrer deste texto (consulte a bibliografia recomendada para mais detalhes).

EXERCÍCIO 2.6: O fluxo proveniente de Sirius A, a estrela mais brilhante no céu (fora o Sol, é claro), é de $9,5 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2}$. Sabendo que sua distância é $2,66 \text{ pc} = 8,21 \times 10^{16} \text{ m}$, mostre que sua luminosidade é $L = 8 \times 10^{27} \text{ W} = 20 L_{\odot}$. Existem muitas estrelas mais luminosas que Sirius em nossa Galáxia, algumas chegando a $L = 10^6 L_{\odot}$. Ela é a mais brilhante (maior fluxo) apenas porque está próxima.

----- QUADRO III – Magnitudes -----

No caso de intensidade sonora a unidade mais comum é o decibel (dB), que expressa o fluxo de energia sonora em uma **escala logarítmica**. Se F é o fluxo de energia sonora em W m^{-2} então o “volume” em dB é definido por $10 \log (F / 10^{-12})$. Sons mais fracos que 0 dB, e portanto com fluxo menor que $10^{-12} \text{ W m}^{-2}$, são inaudíveis (ao ouvido humano), enquanto acima de 120 dB o barulho é insuportável (limiar da dor).

Astrônomos também usam uma escala logarítmica para medir fluxos. Para um astro de fluxo F , definimos sua **magnitude aparente**, m , por

$$m = -2,5 \log F + C = -2,5 \log [L / 4\pi d^2] + C$$

onde C é uma constante que depende da faixa espectral na qual as observações são realizadas. Aliás, na prática, m quase sempre se refere a uma faixa espectral, como por exemplo a “banda B” ($3900 \text{ \AA} < \lambda < 4900 \text{ \AA}$), ou a “banda V” ($5000 \text{ \AA} < \lambda < 6000 \text{ \AA}$). Note que o sinal de negativo na frente de $\log F$ implica que m e F *crecem em sentidos opostos*: Quanto maior o fluxo menor a magnitude aparente! A diferença de magnitudes entre duas estrelas, uma com fluxo F_1 e outra 100 vezes mais brilhante, $F_2 = 100 \times F_1$, é de $m_1 - m_2 = -2,5 \log F_1/F_2 = 5$ magnitudes. Assim como o fluxo, a magnitude aparente depende da distância, mas da maneira inversa: Quanto mais distante maior m .

Esta escala estranha tem sua origem histórica na Grécia antiga, mas ainda é muito utilizada hoje em dia. A estrela mais brilhante no céu é Sirius, cuja magnitude aparente é $m = -1,44$ na faixa entre 5000 e 6000 \AA (a banda V). Em noites límpidas, longe das luzes da cidade, o olho humano chega a perceber estrelas até magnitude ~ 6 . Isto corresponde ao brilho que o Sol teria se estivesse a 1,44 pc de distância. Esta é uma distância astronomicamente minúscula! Basta lembrar que nossa galáxia tem mais de 10 kpc de raio. Portanto, existem muito mais estrelas no céu do que seu olho pode ver!

Assim como a magnitude aparente está relacionada ao *fluxo*, a **magnitude absoluta**, simbolizada pela letra M , está associada à *luminosidade*. Define-se M como a magnitude aparente que um objeto teria se estivesse localizado a uma distância $d = 10 \text{ pc}$.



$$M = m(d=10 \text{ pc}) = -2,5 \log [L / 4\pi (10\text{pc})^2] + C$$

A diferença entre m e M depende apenas de d , e é chamada de módulo de distância:

$$m - M = 5 \log d(\text{em pc}) - 5$$

Na faixa do visível, $M = +4,82$ para o Sol e $+ 1,45$ para Sirius. Desses números deduz-se que Sirius é 22 vezes mais luminosa que o Sol – o 22 vem de 10 elevado à $(4,82 - 1,45) / 2,5$. Para galáxias grandes, como a Via Láctea, M é tipicamente da ordem de $-21,5$, o que implica que elas contem da ordem de 3×10^{10} sóis.

2.1.1 – Extinção Interestelar

A equação $F = L / 4\pi d^2$ presume que nada aconteça com a luz da fonte em sua viagem até nós, isto é, nada além da diluição com o inverso do quadrado da distância. Isto nem sempre é verdade. O espaço entre as estrelas, apesar de ser muito mais rarefeito do que o melhor vácuo que se consegue em um laboratório, *não é vazio*. O **meio interestelar** contém gás e partículas minúsculas, compostas de grafite, silicatos e uma camada de gelo. Essas partículas, cujos tamanhos são tipicamente de 0,1 a 1 μm , são chamadas de **poeira**. Em termos relativos, a quantidade de poeira em nossa galáxia é pequena: São $\sim 10^7 M_{\odot}$ contra mais de $10^{10} M_{\odot}$ em estrelas. Porém, como a galáxia é vasta, o efeito da poeira sobre a luz não pode ser desprezado.

EXERCÍCIO 2.7: Considere que o disco da Galáxia tenha uma espessura de 200 pc e um diâmetro de 30 kpc. Qual a densidade da poeira em kg / m^3 ? Aproveite que estamos falando no assunto e faça algo semelhante com as estrelas: Sabendo que existem aproximadamente 100 bilhões de estrelas em nossa Galáxia, quantas estrelas por pc^3 existem? Agora suponha que cada estrela tenha massa igual ao Sol e converta o resultado anterior para kg / m^3 . Você notará que o universo é *incrivelmente pouco povoado por matéria!*

EXERCÍCIO 2.8: Imagine-se andando pela galáxia com um balde de 1 m^2 de área. Quantos metros você tem que caminhar até coletar 1 kg de poeira? E quantos quilos você coletaria indo daqui até o centro da galáxia?

Quando um raio de luz incide sobre um grão de poeira, ele pode ser defletido para outra direção. Assim, se no caminho de uma estrela até nós existirem nuvens de poeira, parte da radiação da estrela que vem em nossa direção será desviada por grãos de poeira, e não chegará até nós. Vista sob esse “véu” de poeira, uma estrela parece mais fraca do que é:

O *fluxo observado* F_{obs} é menor do que o *fluxo intrínseco* $F_{\text{int}} = L / 4\pi d^2$. Esse fenômeno é conhecido como **extinção interestelar**.

Em uma noite perfeita, longe das luzes da cidade, você pode perceber uma faixa escura cortando a Via Láctea como uma “espinha dorsal” (**figura 2.2a**), para usar a expressão de Carl Sagan. Esta faixa não se deve à ausência de estrelas, mas à presença de poeira, que esconde as estrelas atrás dela. Esta faixa escura é também vista em outras galáxias, como a famosa galáxia do Sombrero, ilustrada na **figura 2.2b**. Note como, em ambos casos, a poeira está concentrada no plano do **disco** da galáxia. Outro exemplo de extinção é o “Saco de Carvão”, uma nuvem escura que pode ser observada nas proximidades do Cruzeiro do Sul.

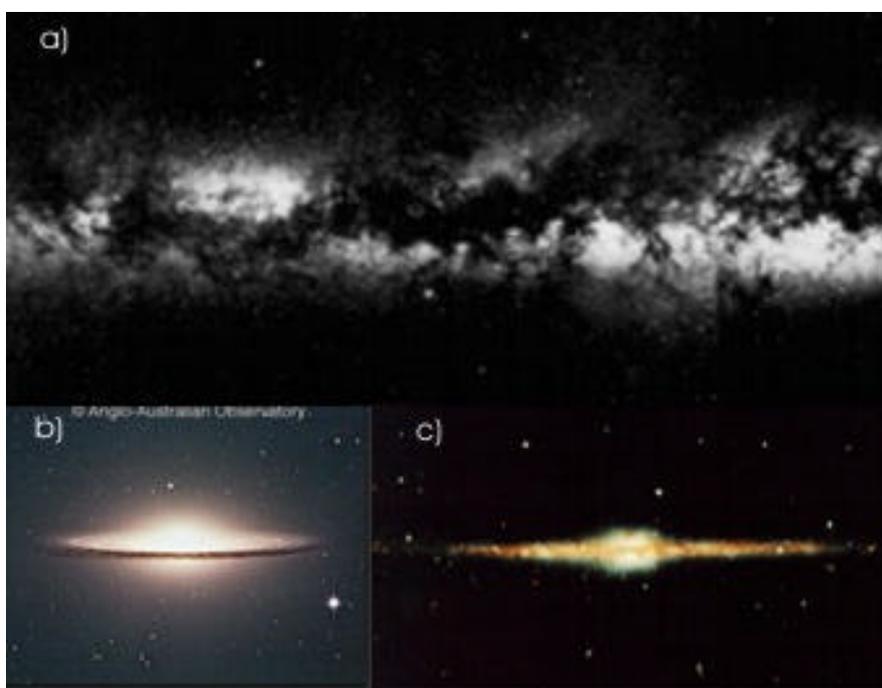


Figura 2.2 – (a) Imagem óptica da Via Láctea. A “avenida leitosa”, que nada mais é do que a luz de muitas estrelas, é cortada ~ ao meio por uma faixa escura. São nuvens de poeira, que bloqueiam a luz de estrelas atrás delas. (b) O mesmo efeito é visível na imagem da galáxia M 104 (o “Sombrero”). Note como a poeira se concentra no disco da galáxia. (c) Ao contrário do que acontece na faixa do visível, a poeira interestelar praticamente não afeta fótons de grandes comprimentos de onda. Se você pudesse enxergar luz infravermelha, teria uma visão bem mais limpa da Via Láctea, tal qual nesta imagem obtida pelo satélite COBE.

Obviamente, quanto mais poeira houver no caminho, menor será a razão $F_{\text{obs}}/F_{\text{int}}$. Matematicamente, isto se expressa da seguinte maneira:

$$F_{\text{obs}} = F_{\text{int}} e^{-\tau}$$

onde τ é a chamada **profundidade óptica** da poeira. A profundidade óptica é proporcional ao número de grãos de poeira no caminho da estrela até nós. Quanto maior for esse caminho, mais poeira haverá e maior será τ . No disco de nossa galáxia, e para a faixa espectral entre 5000 e 6000 Å, τ vale em média ~ 1 para estrelas a 1 kpc de distância, 2 para estrelas a 2 kpc e assim por diante. Assim, o fluxo observado de uma estrela a $d = 1$ kpc é $F_{\text{obs}} = F_{\text{int}} e^{-1} = 0,37 F_{\text{int}}$, ou seja, 2,7 vezes menor do que o fluxo intrínseco. A 2 kpc, $F_{\text{obs}} = 0,14 F_{\text{int}}$, 0,05 F_{int} a 3 kpc, etc.

É fácil perceber que a simples aplicação de $F_{\text{obs}} = L / 4\pi d^2$, ignorando a presença de extinção, nos leva a *superestimar* a distância. O valor de d assim obtido é $e^{+\tau/2}$ vezes *maior* do que o valor verdadeiro. Por exemplo, para uma distância verdadeira $d = 1$ kpc, e portanto $\tau \sim 1$, a expressão $(L / 4\pi F_{\text{obs}})^{1/2}$ forneceria uma distância aparente de 1,6 kpc, um erro de 60%. Já para $d = 3$ kpc, obteríamos 13,4 kpc, um erro de mais de 300%!

EXERCÍCIO 2.9: Definindo a distância aparente como $d_{\text{ap}} = (L / 4\pi F_{\text{obs}})^{1/2}$ e a distância verdadeira como $d = (L / 4\pi F_{\text{int}})^{1/2}$, prove, usando a relação $F_{\text{obs}} = F_{\text{int}} e^{-\tau}$, que $d_{\text{ap}} = d e^{+\tau/2}$. Calcule d_{ap}/d para $\tau = 1, 2, 3, 5$ e 10.

EXERCÍCIO 2.10: Como em todo processo de interação radiação-matéria, a extinção depende do comprimento de onda: τ é maior para λ 's menores. Considerando esta dependência, você acha que olhando o céu com óculos azuis você enxerga mais longe do que com um filtro vermelho? Explique.

Fica claro dos exemplos acima que não é possível ignorar os efeitos da extinção! E para corrigir esse efeito precisamos conhecer τ . Conhecendo L e d , podemos determinar τ pela comparação de $F_{\text{int}} = L / 4\pi d^2$ com o fluxo observado F_{obs} . Porém, isso raramente é possível. Embora existam métodos para medir d que independam da extinção (ver seção 2.2), a determinação de L geralmente requer medidas de fluxo, que são fortemente afetadas pela extinção. Basicamente, o problema é que não é trivial distinguir uma estrela muito luminosa que parece fraca porque sofre muita extinção de uma estrela intrinsecamente pouco luminosa que é pouco extinta.

Uma das maneiras de estimar τ é avaliando o efeito que a poeira causa sobre as *cores* da estrela. Além de diminuir o fluxo, a poeira *muda a cor* da radiação que a atravessa: Ela se torna mais *vermelha*. Esse fenômeno, conhecido como **avermelhamento**, se deve ao fato de que os grãos de poeira espalham mais eficientemente fótons de menor λ que fótons de maior λ . Matematicamente, isso implica que τ é maior quanto menor for λ . Uma explicação simplificada de porque isto ocorre pode ser dada comparando o comprimento de onda de um fóton com o tamanho dos grãos de poeira, que varia entre $\sim 0,1$ e 1 μm . Um “fóton grande”, isto é, de comprimento de onda grande comparado com o tamanho do grão, passa

por ele praticamente sem percebe-lo, como uma caminhão ultrapassando uma bicicleta. Já um “fóton pequeno”, vê o grão como se ele fosse uma enorme parede. Assim, os grãos espalham mais fótons azuis do que fótons vermelhos, alterando a cor da estrela. Neste sentido, é mais correto dizer que a poeira torna a estrela *menos azul* do que mais vermelha.

A **figura 2.2c** mostra uma imagem da Via Láctea montada a partir de observações no infra-vermelho. Fótons nessa faixa espectral têm $\lambda \gg$ que os grãos de poeira, e portanto sofrem pouquíssima extinção. O centro de nossa galáxia, com seu bojo arredondado, é claramente visível nessa imagem, o que não acontece em imagens ópticas, pois a extinção nessa faixa é tal que o fluxo das estrelas no centro de nossa galáxia é diminuído mais de 10000 vezes! A **figura 2.3** compara imagens do centro de nossa galáxia em três λ 's diferentes. O centro galáctico é completamente invisível no óptico. Em $\lambda = 2 \mu\text{m}$ a profundidade óptica τ é ~ 10 vezes menor que no óptico, o que já nos permite pelo menos ver algo, enquanto em $\lambda = 25 \mu\text{m}$, a escuridão vira luz! Estrelas frias, nebulosas e a *emissão* da poeira aparecem na imagem do satélite IRAS, embora ela tenha uma resolução (seção 2.3.3) bem inferior às outras duas imagens. Outro exemplo de como observações no infravermelho nos permitem *ver através da poeira* é dado na **figura 2.4**, onde comparamos uma imagem óptica com imagem em $\lambda = 1,5 \mu\text{m}$ da nebulosa de Orion, uma “maternidade de estrelas”. Como todas outras regiões de **formação estelar**, Orion é rica em gás e poeira. Isto, aliás, não é coincidência: estrelas se formam a partir da contração de nuvens de gás, e onde há gás também há bastante poeira.

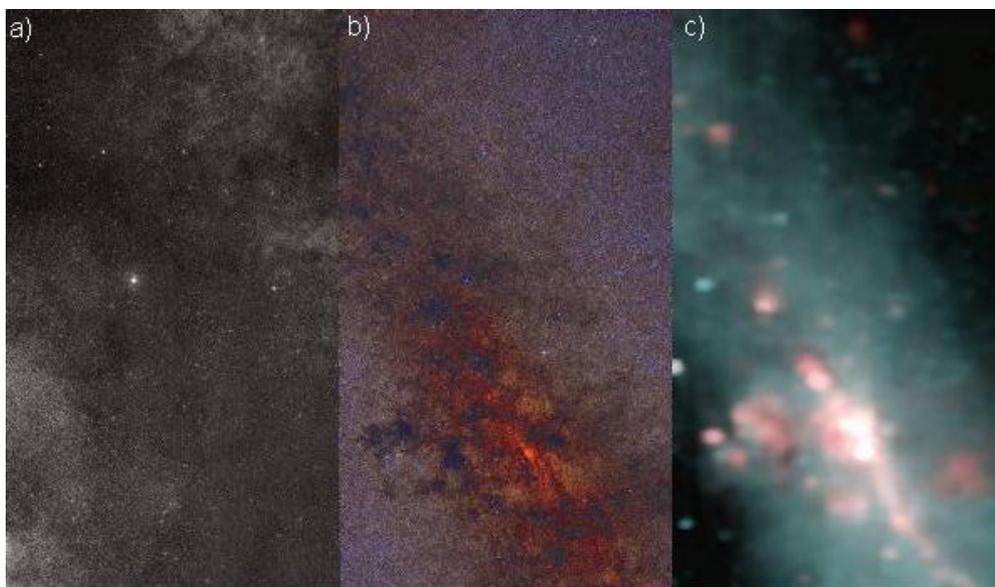


Figura 2.3 – Imagens do centro da Via Láctea. (a) Óptico, do Palomar Optical Sky Survey. (b) Infravermelho próximo, $\lambda = 2 \mu\text{m}$, do “2 Micron All Sky Survey”. (c) Infravermelho distante, $\lambda = 25 \mu\text{m}$, do satélite IRAS. A imagem em $\lambda = 25 \mu\text{m}$ é mais borrada devido à baixa resolução do IRAS.

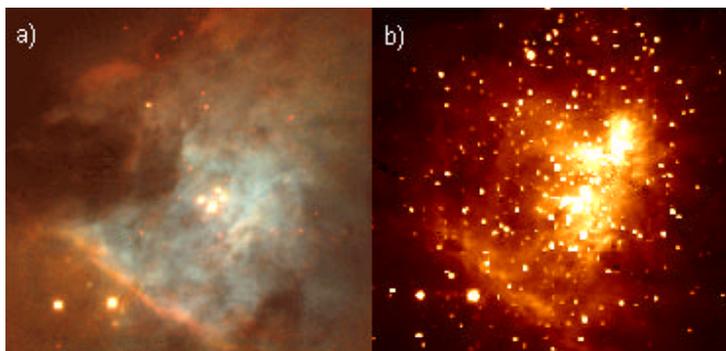


Figura 2.4 – Comparação de uma imagem no óptico (a) com uma imagem em $\lambda = 1,5 \mu\text{m}$ (b) da nebulosa de Orion. As áreas escuras na imagem óptica são regiões encobertas por nuvens de poeira. A extinção é tão grande no óptico que apenas as estrelas mais brilhantes podem ser vistas. Já a imagem no infravermelho próximo, que nos permite ver através da cortina de poeira, revela um grande número de estrelas, algumas delas ainda em formação (“proto-estrelas”).

----- QUADRO IV - O Universo de Kapteyn -----

Apenas nos anos 1940 astrônomos se convenceram definitivamente da existência de um meio interestelar opaco, o que suscitou a revisão de muitos dos resultados obtidos até então. Ao redor de 1910, o astrônomo holandês J. Kapteyn e colaboradores de vários países embarcaram em um grande projeto observacional visando estimar o tamanho e geometria de nossa galáxia e nossa posição nela. O resultado obtido, que veio a ser conhecido como o “Universo de Kapteyn”, é talvez o exemplo mais dramático de como a extinção interestelar pode nos enganar.

Kapteyn & Cia planejaram construir um mapa **tri-dimensional** da Via Láctea baseado na relação fluxo-distância, $F = L / 4\pi d^2$. Apenas para simplificar a discussão, suponha que L é fixa, de modo que medindo o fluxo de uma estrela imediatamente sabemos sua distância. Já sabemos que isto não é certo (por exemplo, exercício 2.6), mas pode-se facilmente generalizar o argumento abaixo para estrelas com luminosidades diferentes. O que Kapteyn & Cia fizeram foi medir o fluxo de todas as estrelas (pelo menos todas que as placas fotográficas da época permitiam detectar) em todo céu – na verdade eles selecionaram 200 regiões do céu. Findo este trabalho monumental, que tardou vários anos, eles tinham uma tabela gigante com as 3 coordenadas espaciais de cada estrela: d (deduzida a partir de F) e as duas coordenadas celestes, que especificam a “latitude” e “longitude” no céu.

Mapeando esse conjunto de dados, digamos em um sistema cartesiano (x,y,z) , Kapteyn obteve a *distribuição de estrelas* na galáxia. Desse mapa 3D, ele deduziu que a galáxia tem uma forma *achatada*, cerca de ~ 5 vezes maior ao longo do plano do que perpendicular a ele. Ele inferiu a existência de estrela até $d \sim 8$ kpc ao longo do plano, mas a esmagadora maioria delas estariam a menos de $d \sim 3$ kpc. Até aí nada de mais, pois esta conclusão é apenas uma versão quantitativa da existência do *disco* da Via Láctea, que podemos observar a olho nu. A conclusão mais surpreendente de seu estudo foi a localização do *centro* da distribuição de estrelas. Segundo ele, o Sol estaria a 650 pc do centro dessa distribuição. Ou seja, o Sol estaria *próximo do centro da galáxia*! Finalmente nós terráqueos encontramos um motivo de orgulho cósmico: vivemos em uma posição privilegiada, pertinho do “centro do universo”...

Desnecessário dizer que esta conclusão é falsa. Mas onde foi que Kapteyn errou? Ele errou ao desconsiderar os efeitos de extinção. Não podemos culpá-lo por isso, pois, à época, a própria existência de um meio interestelar ainda estava por ser comprovada.

A localização próxima ao centro das estrelas é apenas uma “ilusão de óptica” causada pela extinção, que é facilmente explicada com a seguinte analogia. Imagine que você está em um campo de futebol com milhares de pessoas, digamos assistindo a um concerto de rock. Você está sentado na marca do pênalti, portanto longe do centro do campo. É fácil perceber que você não está no centro da distribuição de pessoas: Olhando para trás você vê apenas algumas dezenas de pessoas, enquanto que olhando na direção do centro do campo você verá muito mais gente. De repente, baixa uma forte neblina. Tão forte que você não enxerga nada além de uns poucos metros. Agora, olhando em qualquer direção você vê sempre o mesmo numero de pessoas, o que lhe dá a falsa impressão de estar no centro!

As conclusões de Kapteyn foram contestadas por H. Shapley, que obteve resultados completamente distintos a partir do mapa tridimensional da distribuição de aglomerados globulares. A história desse embate, que em muitos aspectos é tão relevante quanto a revolução Copernicana, pode ser encontrada em http://antwrp.gsfc.nasa.gov/diamond_jubilee/debate_1920.html. (Vide também a discussão sobre a “zona proibida” na secção 2.3.5)

2.2 – DISTÂNCIAS

Como deve ser óbvio a todos, infelizmente não há como usarmos os métodos mais comuns de medida de distância para medirmos distâncias astronômicas. Espichar uma fita métrica ou qualquer tipo de corda daqui ao astro mais próximo (a Lua está a uma distância de 380 000 km) é certamente uma tarefa impossível. Outro método comumente usado nos tempos modernos é o de radar. Hoje em dia existem distintas versões deste método e topógrafos o usam diariamente enviando feixes de luz infravermelha a um espelinho que a reflete. A luz retorna ao ponto de partida e é captada no interior do aparelho. Internamente

o computador de bordo calcula a distância até o espelho multiplicando a velocidade da luz pelo tempo de viagem do feixe de luz.

Em astronomia o método de radar começou a ser usado depois da década de 1950 e hoje é usado com bastante sucesso para alguns corpos do sistema solar. Exemplo da máxima precisão deste método é o “Laser Ranging Service” (<http://almagest.as.utexas.edu/~rlr/mlrs.html>). Quando os astronautas foram à Lua lá deixaram um conjunto de espelhos que refletem a luz incidente de volta à sua direção original. Agora astrônomos enviam feixes de laser à Lua e medem o tempo de ida e volta do feixe para calcular a distância até a Lua. A precisão alcançada nestas medidas é de alguns centímetros. Sem o uso de espelinhos, que até hoje só foram colocados na Lua, a distância até alguns planetas do sistema solar já foi medida enviando-se ondas de rádio à superfície dos planetas e medindo o tempo para retorno de seu reflexo, o que equivale a usar o planeta inteiro como um espelho! Para que esta medida possa ser efetuada a intensidade das ondas e a sensibilidade do aparelho detector devem ser muito grandes, pois à medida que tratamos de objetos mais distantes mais fraca se torna a radiação refletida. Assim, este método tipo radar não pode ser aplicado para objetos fora do sistema solar, e mesmo se ele fosse tecnicamente possível, passariam 8 anos entre o envio do sinal e a recepção do eco da estrela mais próxima.

Como vemos, os métodos “terrenos” de medida de distâncias não se aplicam aos objetos celestes. Então, o que fazemos para saber a que distância estamos deles?

Espiche seu braço em frente ao seu rosto e segure um lápis em pé. Agora feche um olho e note na frente de que objeto o lápis está. Feche o olho aberto e abra o fechado. O lápis deve ter se movimentado contra os objetos no fundo, quanto mais distantes estiverem os objetos no fundo melhor. Agora encolha o braço e repita a operação. O lápis deve ter se deslocado ainda mais. Coloque o lápis a uns dois metros de distância e repita. Agora o lápis deve ter se deslocado menos. Vemos portanto que o deslocamento depende da distância do lápis. Analisemos o desenho na **figura 2.5**. A distância entre os olhos é d , o ângulo pelo qual o lápis se desloca ao trocarmos de olho é θ podemos calcular a distância l até o lápis usando um pouquinho de trigonometria:

$$\operatorname{tg} \theta = d / l \rightarrow l = d / \operatorname{tg} \theta \rightarrow l \approx d / \theta$$

A última aproximação é válida para pequenos ângulos, quando $\operatorname{tg} \theta \rightarrow \theta$. (Verifique você mesmo a validade desta aproximação, fazendo uma tabela de θ contra $\operatorname{tg} \theta$ para θ entre 0 e 0,5 radiano). O valor obtido para θ está obviamente em radianos. Para convertê-lo para graus ou segundos de arco precisamos lembrar que $180^\circ = \pi$ radianos. Este movimento aparente do lápis, que surge devido ao fato de que cada olho o vê desde um ângulo diferente, se chama de **paralaxe trigonométrica**. O ângulo $\theta / 2$ é chamado de **ângulo paralático**.

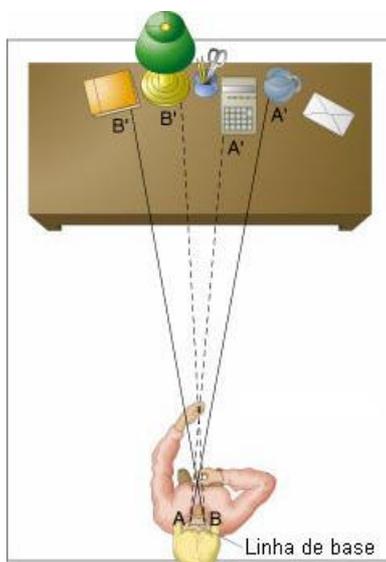


Figura 2.5 – Paralaxe conforme vemos com os nossos olhos.

Podemos usar esta mesma idéia para medir a distância até objetos remotos que, ao contrário do lápis, não podemos alcançar nem com o braço nem com o mais potente foguete. No passado este método foi usado para medir a distância até a Lua e planetas mais próximos. Veja o exercício 2.11 para ter uma idéia da precisão necessária para medidas de paralaxe.

EXERCÍCIO 2.11: Calcule o valor do ângulo θ para: a) um objeto situado a 2m do seu rosto admitindo que a distância entre seus olhos é de 7,5cm; b) um objeto situado a 20m; c) a 200m; d) para a Lua estando dois observadores afastados de 400 km um do outro (eles irão bater fotos ao mesmo tempo e compará-las depois); e) de Marte com dois observadores separados de 400km; f) de Marte, com os observadores separados de 10 000 km; g) da estrela α Centauri (a mais próxima da Terra, situada a 4,3 anos luz de distância) utilizando-se o movimento da Terra ao redor do Sol, tirando-se uma foto em um dia e outra seis meses depois (lembre-se que a distância Terra-Sol é de ~150 milhões de km, valor conhecido como “Unidade Astronômica”).

Como vimos no exercício 2.11, à medida que tentamos ver objetos mais distantes o ângulo paralático diminui vertiginosamente. Atualmente as melhores medidas de paralaxe foram obtidas com o satélite Hiparcos (<http://astro.estec.esa.nl/Hipparcos/>) e têm uma precisão de 1 mili-segundo de arco para estrelas mais brilhantes. Você saberia calcular a que distância isso corresponde?

QUADRO V – A definição de parsec

Várias vezes neste texto citamos distâncias e tamanhos em unidade de **parsec** (pc). Caso você ainda não tenha consultado a tabela de constantes, saiba que $1 \text{ pc} = 3,08 \times 10^{16} \text{ m}$. Mas de onde vem esta unidade estranha, só usada por astrônomos?

A definição de parsec nasce precisamente da medida de distâncias usando o método da **paralaxe trigonométrica**. Defini-se 1 pc como a distância de uma estrela cujo ângulo paralático é de 1 segundo de arco, o que equivale à $2 / 206265 = 9,70 \times 10^{-6}$ radianos. Imagine que você hoje olha para uma estrela e a vê em certas coordenadas no céu. Daqui a 6 meses, a Terra estará do outro lado da sua órbita do Sol, e portanto a uma distância $D = 2,99 \times 10^{11} \text{ m}$ de onde estamos hoje. Vista desta outra posição, a estrela parece ter coordenadas ligeiramente diferentes (do mesmo modo como o lápis “se mexe” no exemplo discutido acima) devido ao efeito de paralaxe, tal qual ilustrado na **figura 2.6**. Se durante esses 6 meses a estrela “se move” um ângulo $2\theta =$ segundos de arco, sua distância é $d = D / 2\theta$. Fazendo as contas: $d = 2,99 \times 10^{11} \text{ m} / (2 \times 4,85 \times 10^{-6} \text{ rad}) = 3,08 \times 10^{16} \text{ m}$, ou seja, 1 pc! Duas outras unidades de distância comuns em astronomia são a **unidade astronômica**, $1 \text{ UA} = 1,496 \times 10^{11} \text{ m}$, que nada mais é que a distância média da Terra ao Sol, e o ano luz = $9,46 \times 10^{15} \text{ m}$, que dispensa apresentações.

Passados outros 6 meses, a estrela volta a sua posição de origem, a menos que ela tenha realmente se movido! De fato, estrelas se movimentam pela galáxia, mas este movimento só pode ser detectado para estrelas próximas. Sirius, por exemplo, anda 1,33 segundos de arco por ano no plano do céu. Este movimento é chamado de **movimento próprio**. A velocidade típica de estrelas próximas é de 10 a 20 km s^{-1} com respeito ao Sol. Pode parecer rápido, mas não em termos astronômicos. Ao longo de milhares de anos, este movimento vai aos poucos mudando a cara do céu, deformando as constelações! O Cruzeiro do Sul, por exemplo, um dia não terá mais a cara de cruz. Habitantes de sistemas onde as estrelas estão mais próximas umas das outras e/ou se movimentam mais rapidamente (como em aglomerados globulares ou no núcleo de galáxia) vem o céu mudar bem mais rápido.

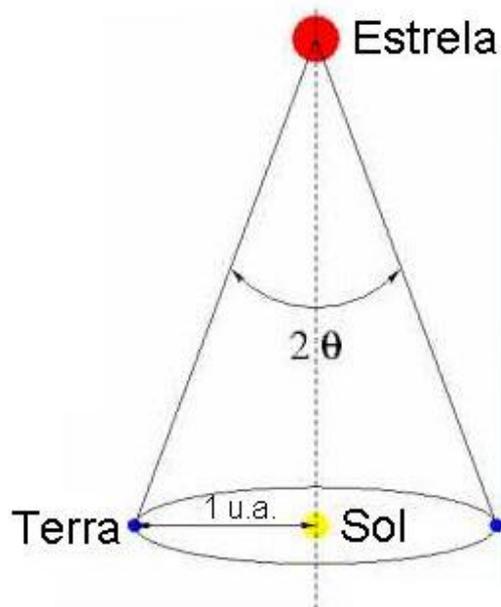


Figura 2.6 – O movimento anual da Terra ao redor do Sol pode ser usado para calcular distâncias até estrelas usando o método da paralaxe trigonométrica. Conhecendo a distância Terra-Sol e medindo o ângulo paralático θ , obtém-se a distância até a estrela.

Dentro de alguns anos entrará em funcionamento a Missão Interferométrica Espacial (“Space Interferometric Mission”, ou simplesmente “SIM”, com previsão de lançamento para 2009; ver <http://sim.jpl.nasa.gov>) que consistirá em um grupo de telescópios dedicados à medida de paralaxes e que deve atingir uma precisão de micro-segundos de arco usando técnicas de interferometria (ver quadro VII). Com esta precisão angular incrível, 1000 vezes melhor do que a obtida com o Hiparcos, astrônomos poderão medir a paralaxe para estrelas 1000 vezes mais distantes, e assim produzir um mapa detalhado da galáxia, uma “lista de endereços” estelares maior que a lista telefônica de São Paulo! Esta área da astronomia, que lida com medidas precisas de posição, é chamada de **astrometria**.

Mesmo com este instrumento maravilhoso poderemos apenas medir distâncias bastante pequenas comparadas com a dimensão do universo. Na verdade a SIM apenas permitirá medidas de paralaxe de objetos dentro de nossa Galáxia e nas vizinhas Nuvens de Magalhães. Como podemos então falar de distâncias de bilhões de anos-luz o tempo inteiro se não podemos medi-las? É verdade que a única medida direta de distância que dispomos hoje é a paralaxe, porém outras medidas menos diretas, mas bastante razoáveis, podem ser usadas, dentre elas:

- **Paralaxe espectroscópica:** Imagine que encontremos no céu uma estrela muito parecida com o Sol (uma estrela muito parecida com o Sol terá um espectro muito parecido com o do Sol). Pronto, mesmo que essa estrela esteja a uma distância

muito grande já podemos saber sua distância, pois se a estrela for idêntica ao Sol então terá uma luminosidade total idêntica à luminosidade do Sol, L_{\odot} . Conforme vimos na seção 2.1, o fluxo total relaciona-se com a distância por $F = L / 4\pi d^2$. Assim, podemos calcular a distância a um objeto se medirmos o seu fluxo e pudermos inferir sua luminosidade a partir de algum conhecimento prévio a seu respeito, no exemplo citado pela semelhança do espectro da estrela com o do Sol. O mesmo pode ser feito para outras estrelas, de preferência mais brilhantes (para que possamos vê-las mais longe) desde que encontremos uma delas a uma distância pequena o suficiente para podermos medir sua paralaxe.

- **Cefeidas:** Se olharmos o céu em uma noite escura longe das luzes da cidade, além da Via-Láctea, veremos no sul um par de manchas próximas à Via-Láctea que parecem duas nuvens. Essas nuvens são as Nuvens de Magalhães e são na verdade duas galáxias satélites da nossa. No começo deste século a astrônoma Henrietta-Lewitt estudava estrelas na Grande Nuvem de Magalhães cujo brilho variava periodicamente, “estrelas Cefeidas”, segundo o nome da mais famosa delas, que é a estrela β Cephei. Um belo dia ela resolveu fazer um gráfico do brilho médio dessas estrelas contra o período da variação e fez uma descoberta que se tornaria das mais importantes na Astrofísica. Quanto mais brilhante a estrela mais longo o período da variação. Por que essa descoberta é tão importante? Bem, em primeiro lugar lembremos que todas as estrelas estão na Nuvem de Magalhães e portanto se uma estrela é mais brilhante que as outras é porque ela é *intrinsecamente* mais brilhante e não porque está mais próxima. Assim sendo, ao vermos uma estrela Cefeida em alguma galáxia distante podemos medir as suas variações e determinar o seu período. Depois basta que a comparemos às estrelas da Nuvem de Magalhães para que saibamos a sua luminosidade. Para uso desta técnica está implícito que “acreditamos” que as estrelas Cefeidas são iguais em galáxias diferentes e também que conhecemos a distância até a Nuvem de Magalhães. Este método nos permite medir distâncias até o limite em que não mais podemos distinguir estrelas Cefeidas nas galáxias. Esta distância limite é atualmente da ordem de 20 Mpc.
- **Tipo de galáxia:** Da mesma forma que assumimos que estrelas de espectro semelhante possuem a mesma luminosidade podemos também assumir que galáxias do mesmo **tipo morfológico** (que, como o nome diz, caracteriza a forma da galáxia) possuam aproximadamente a mesma luminosidade. Desta forma quando olhamos galáxias em aglomerados de galáxias muito distantes podemos identificar o tipo morfológico de algumas galáxias e novamente usar a relação $F = L/4\pi d^2$ para determinar a distância ao aglomerado. Uma variante deste método é assumir que todas as galáxias de um certo tipo morfológico têm o mesmo *tamanho* intrínseco. Medindo seu tamanho aparente, podemos inferir sua distância. (Você terá oportunidade de ver como esse método funciona no exercício 3.10.)
- **Galáxia mais brilhante em um aglomerado:** Quando olhamos aglomerados ainda mais distantes até mesmo o tipo morfológico das galáxias torna-se difícil de identificar, em média as galáxias mais brilhantes de um aglomerado têm o mesmo brilho. Costuma-se usar a terceira galáxia mais brilhante em um aglomerado como

um indicador de luminosidade. Ou seja, assume-se que a terceira galáxia mais brilhante de qualquer aglomerado de galáxias tem sempre a mesma luminosidade. Enquanto isso certamente não é exatamente verdade, sabemos que em média é correto para aqueles aglomerados que podemos medir a distância por outros métodos, o que nos permite usar este método para estimar distâncias.

2.3 – TAMANHO ANGULAR, TAMANHO FÍSICO E FORMA

Não é apenas o fluxo de radiação que diminui quando a distância cresce. Também o **tamanho angular** diminui quanto maior for a distância do objeto. Tente ler este texto a 10 m de distância e você imediatamente perceberá o efeito! O ângulo θ subtendido por um objeto de tamanho físico D localizado a uma distância $d \gg D$ é, *em radianos*, dado por

$$\theta = D / d \text{ [radianos]}$$

(ver **figura 2.7**). Note que esta é a mesma equação deduzida acima ao discutirmos o efeito de paralaxe trigonométrica.

Para galáxias, D é da ordem de 10 kpc, enquanto d é da ordem de 10 Mpc para galáxias relativamente próximas. Além disso, θ é normalmente dado em unidades de **segundos de arco**: 1 segundo de arco = $1/3600^\circ = 4,85 \times 10^{-6}$ rad. Fazendo as conversões de unidades a equação acima fica

$$\theta = 206 (D/10 \text{ kpc}) / (d/10 \text{ Mpc}) \text{ [segundos de arco]}$$

Ou seja, uma galáxia de 10 kpc de diâmetro a 10 Mpc de nós subtende um ângulo no plano do céu de apenas 206 segundos de arco, o que corresponde a $206 / 3600 = 0,057^\circ$. Isto equivale a um anão de 1 m de altura visto de 1 km de distância!

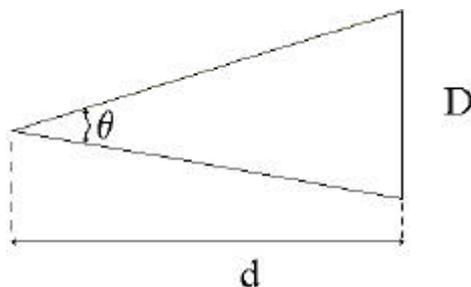


Figura 2.7 – A base do triângulo acima tem um comprimento $D = 2 d \tan \theta/2$. A grandes distâncias, $d \gg D$, o ângulo θ se torna pequeno o suficiente para utilizar a aproximação $\tan \theta/2 \sim \theta/2$, de modo que $D = d \theta$. Note que esta expressão vale apenas para θ expresso em radianos! Para θ em segundos de arco, a expressão é $D = d \theta / 206265$.

EXERCÍCIO 2.12: (a) Sabendo que o Sol tem um diâmetro de $0,5^\circ$ no céu e que ele está a $d = 1,5 \times 10^{11}$ m de nós, mostre que seu raio R_\odot é de aproximadamente 700000 km. (b) A Lua é muito menor que o Sol, mas ambos têm aproximadamente o mesmo tamanho angular. Sabendo que o diâmetro da lua é de 3500 km, calcule a distância Terra-Lua.



Figura 2.8 – Três galáxias espirais a diferentes distâncias e com diferentes inclinações com respeito à linha de visada. Todas imagens têm o mesmo tamanho angular de 15×15 minutos de arco = 900×900 segundos de arco. (a) M74; (b) M99; (c) M88.

EXERCÍCIO 2.13: Na figura 2.8, a galáxia M99 parece menor que M74. Na verdade, elas têm tamanhos físicos parecidos, ambas com um diâmetro de ~ 30 kpc, mas M99 parece menor que M74 porque está mais distante.

- Assumindo que ambas têm o mesmo diâmetro $D = 30$ kpc, podemos calcular a distância até elas medindo seu diâmetro angular, que chamaremos de θ . Para fazer isso, meça com uma régua o tamanho de cada galáxia **ao longo da direção de maior extensão**, ou seja, ao longo do eixo-maior. Converta a leitura da régua para segundos de arco, sabendo que cada figura tem 15 minutos de arco de lado, o que corresponde a 900 segundos de arco. Como você perceberá ao fazer as medidas, a presença de estruturas espirais e assimetrias nos discos dessas galáxias torna a medida de θ um tanto subjetiva. (Você deveria obter $\theta \sim 10$ segundos de arco para M74 e ~ 5 segundos de arco para M99.)
- Convertendo θ para radianos, calcule a distância usando $d = D/\theta$.
- Estime a incerteza na medida de θ , e, usando propagação de erros, calcule a incerteza nas distâncias.
- Se as duas galáxias têm a mesma luminosidade, quantas vezes mais fraco é o fluxo de M99 comparado com o de M74?

2.3.1 – Inclinação

Naturalmente, a descrição do tamanho de um objeto deve ser acompanhada de uma descrição de sua forma. Apenas objetos esféricos podem ser descritos por apenas um número: o valor de seu raio ou diâmetro. Para descrever objetos de forma elíptica, por exemplo, precisamos fornecer os valores de seus semi-eixos maior (a) e menor (b). Em princípio, objetos circulares, como anéis planetários ou discos de galáxias, podem ser descritos apenas por um número, seu raio R . Contudo, sua aparência no céu pode ser diferente da de um círculo se ele estiver *inclinado com relação à nossa linha de visada*, isto é, se a linha entre nós e ele não coincidir com seu eixo. Quando o ângulo i entre estas duas direções for diferente de 0, o objeto terá a aparência de uma elipse cujo semi-eixo maior terá a dimensão $a = R$, mas seu semi-eixo menor será $b = R \cos i$. Como podemos facilmente medir a e b a partir de uma imagem, podemos inferir o ângulo de inclinação $i = \arccos(b/a)$. Este é um exemplo do efeito de *projeção*, onipresente em astronomia: *sempre* que observamos um astro o vemos *projetado no plano do céu*. Imagens revelam apenas 2 da 3 dimensões espaciais; elas não nos dão a noção de profundidade

EXERCÍCIO 2.14: Demonstre que $a = R$ e $b = R \cos i$ para um disco inclinado por um ângulo i com relação à linha de visada. (Dica: Desenhe um círculo, coloque o observador a um ângulo i do seu eixo e desenhe a projeção do círculo no plano do céu. O efeito é o mesmo que ocorre quando você olha de longe para um prato inclinado. Apesar de ser redondo, ele parece achatado.)

EXERCÍCIO 2.15: Examine as imagens das galáxias M74 e M88 na figura 2.8. Assim como a Via-Láctea, essas galáxias possuem um disco circular de estrelas e gás, e uma região mais esférica central (o bojo). Qual das duas está mais inclinada? Calcule o ângulo de inclinação para cada galáxia, estimando com uma régua os valores de a e b . Expresse os valores em unidades de segundos de arco. (Dica: No exercício 2.13 você já mediu o diâmetro angular θ de M74, que nada mais é que o dobro do semi-eixo maior: $\theta = 2a$. Para medir b , posicione a régua **ao longo da direção de menor extensão**, ou seja, ao longo do eixo-menor e repita o procedimento.)

2.3.2 – Forma: Morfologia quantitativa de galáxias

Embora o tamanho de um objeto seja uma informação relevante, por si só este número fornece uma descrição muito simplória de sua morfologia. Descrever uma galáxia com disco, braços espirais e bojo apenas pelo seu tamanho é um pouco como descrever um animal pelo seu tamanho, sem dizer se ele é gordo ou magro, tem tromba ou chifres, duas ou quatro patas. Ao longo desse texto vamos nos contentar com esta descrição simples, mas

convém introduzir alguns dos conceitos básicos envolvidos da descrição quantitativa da forma de galáxias e objetos extensos em geral.

No caso de galáxias espirais (como as da **figura 2.8**), uma descrição mais apropriada pode ser obtida se especificarmos o tamanho e brilho do disco e o tamanho e brilho do bojo. Isto pode ser feito mediante uma análise matemática da imagem. Essa análise usa o fluxo que provém de cada pixel da imagem. O pixel na linha i e coluna j do CCD contém um fluxo $F(i,j)$. A cada par (i,j) correspondem coordenadas (x,y) no plano do céu, que podemos definir de modo que a origem esteja centrada no núcleo da galáxia. A função $F(x,y)$ nada mais é que o fluxo oriundo da posição (x,y) . Em geral, trabalha-se com o **brilho superficial** $\mu(x,y)$, que mede o fluxo em (x,y) por unidade de área angular no céu. Como cada pixel corresponde a uma área angular $\delta\theta \times \delta\theta$, temos que $\mu(x,y) = F(x,y) / \delta\theta^2$. A unidade natural para μ é W m^{-2} (segundo de arco)⁻².

Uma propriedade interessante de μ é que ele não depende da distância. Tanto F como $\delta\theta$ diminuem a medida que d aumenta, mas estas dependências se cancelam ao dividir F por $\delta\theta^2$. Cada pixel varre uma área física $\delta l \times \delta l = (d \times \delta\theta) \times (d \times \delta\theta)$ na superfície da galáxia, e o fluxo F que sai desta área corresponde a uma luminosidade $L = 4\pi d^2 F$, de modo que $\mu = F / \delta\theta^2 = L / 4\pi \delta l^2$. Assim, μ nos diz quanta luminosidade é produzida por unidade de área na galáxia, que podemos medir em unidades de L_{\odot} por pc^2 . Se em uma dada região x,y da galáxia o brilho superficial é de $1 L_{\odot} \text{pc}^{-2}$, imediatamente sabemos que cada pc^2 dela tem “um Sol”. Se em outra posição $\mu = 100 L_{\odot} \text{pc}^{-2}$ então as estrelas estão mais concentradas: “cem sóis por pc^2 ”. Para se ter uma idéia, se viajássemos para fora da Via Láctea e olhássemos para a posição do Sol, mediríamos cerca de $15 L_{\odot} \text{pc}^{-2}$. Olhando para o núcleo da Via Láctea, encontraríamos muito mais estrelas: $\mu > 100 L_{\odot} \text{pc}^{-2}$. Obviamente, para saber a luminosidade total da galáxia temos que *integrar* $\mu(x,y)$ sobre toda a área que ela cobre na imagem.

Podemos analisar a função $\mu(x,y)$ da mesma forma que analisamos a topografia de uma montanha a partir de medidas de sua altura $h(x,y)$ a partir do nível do mar. Curvas de mesmo brilho superficial, chamadas **isofotas**, podem ser traçadas do mesmo modo que *curvas de nível* são usadas em mapas de relevo (**figura 2.9**). Podemos também adotar um modelo matemático para $\mu(x,y)$, como por exemplo um no qual μ cai com a distância $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ ao centro da galáxia segundo uma lei exponencial: $\mu(r) = \mu(0) \exp(-r/r_d)$. Comparando as medidas com este modelo obtém-se os valores de $\mu(0)$ e r_d minimizando o resíduo quadrático entre modelo e medida (como em um trabalho de Física Experimental I daqueles em que você ajusta uma reta aos pontos medidos). Este modelo em particular funciona muito bem para discos de galáxias espirais. Em bojos e galáxias elípticas o comportamento matemático de μ é diferente, $\mu(r) = \mu(0) \exp[-(r/r_b)^{1/4}]$, mas o procedimento de análise da imagem é o mesmo. Finalizando o processo de modelagem de uma imagem, teremos uma descrição quantitativa bem mais rica do que apenas um tamanho, que podemos usar para, por exemplo, testar teorias que tentam explicar a distribuição de luz em galáxias.

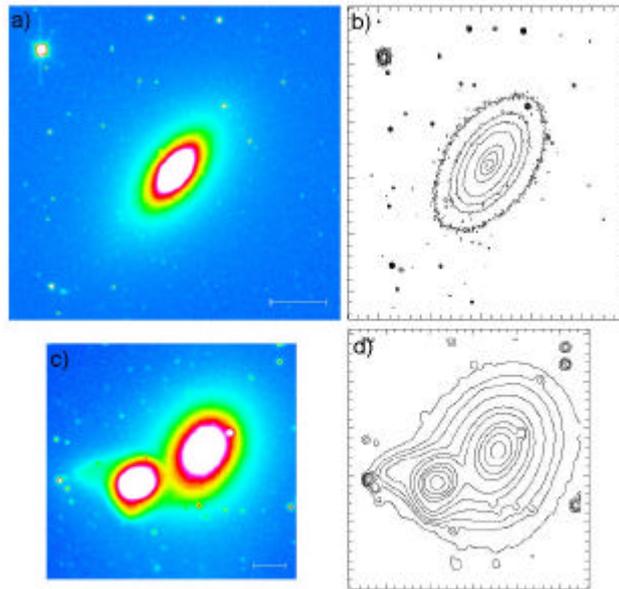


Figura 2.9 – Imagens e isofotas. (a) Imagem CCD da galáxia elíptica NGC 6861. (b) A mesma imagem representada em **isofotas**, ou seja, curvas de mesmo brilho superficial. (c) Imagem CCD do par de galáxias NGC 4105 e NGC 4106. (d) A mesma imagem em isofotas. Note como as isofotas externas são distorcidas, envolvendo ambas galáxias, que estão interagindo gravitacionalmente. Os pontos brilhantes nestas imagens são estrelas da nossa galáxia; elas não têm nada a ver com as galáxias. Alguns dos pontos mais fracos (por exemplo, ao redor de NGC 6861), são aglomerados de estrelas ao redor da galáxia. A barra horizontal tem 30 segundos de arco de comprimento. Cada imagem varre $\sim 180 \times 180$ segundos de arco.

EXERCÍCIO 2.16: Uma certa galáxia espiral tem um perfil de brilho superficial central que segue uma lei $\mu(r) = \mu(0) \exp(-r/r_d)$, com $\mu(0) = 100 L_{\odot} \text{ pc}^{-2}$ e escala de tamanho $r_d = 3 \text{ kpc}$.

- (a) Calcule a luminosidade L contida dentro de raios $r = 1, 3$ e 10 kpc . Faça um gráfico com os resultados, ilustrando o comportamento de L em função de r . (Guarde bem este resultado. Ele será necessário mais adiante, quando discutirmos a existência de matéria escura em galáxias espirais!)

- (b) Calcule também a luminosidade total do disco.

Dica: Para obter L você deve integrar $\mu(r)$ em anéis concêntricos de área $2\pi r \text{ dr}$, ou seja, $L = \int \mu(r) 2\pi r \text{ dr}$.

EXERCÍCIO 2.17: Observações de um aglomerado globular esférico nos dizem que seu raio é de 2 pc e que, no centro da imagem, cada pc^2 emite uma luminosidade de $60000 L_{\odot}$. Assumindo que suas estrelas estão homogeneamente distribuídas dentro de $R = 2 \text{ pc}$, calcule quanta luminosidade é produzida a cada pc^3 . Se a luminosidade de cada estrela do

aglomerado é em média metade da luminosidade solar, calcule a densidade de estrelas no aglomerado, ou seja, o número de estrelas por pc^3 . Calcule também o número total de estrelas no aglomerado e sua luminosidade total.

2.3.3 – Poder de resolução

A imagem formada por um telescópio de óptica perfeita é uma figura de difração, os anéis de Airy (consulte a literatura recomendada ou seu livro de ótica preferido para rever os conceitos de difração e anel de Airy). O tamanho angular $\Delta\theta$ desta figura depende do comprimento de onda da luz e do diâmetro (d_{tel}) do espelho primário: $\Delta\theta = 1,22 \lambda / d_{\text{tel}}$ [rad]. Este valor define a **resolução angular** de um telescópio. Duas fontes separadas por um ângulo menor que $\Delta\theta$ aparecem superpostas na imagem.

Na **figura 2.10** mostramos as figuras de difração de dois objetos separados por um ângulo θ . Na figura da esquerda, a observação é feita com um instrumento cuja resolução angular $\Delta\theta = 1,22 \lambda / d_{\text{tel}}$ é maior do que a separação entre os objetos, ou seja, $\Delta\theta > \theta$. A imagem não nos permite concluir que são dois objetos; eles não estão resolvidos. Já nas outras figuras, principalmente a da direita, a observação foi feita com um resolução angular bem melhor (digamos, usando um telescópio maior), tal que $\Delta\theta < \theta$. Agora sim, pode-se claramente distinguir os dois objetos. A resolução angular impõe um limite para medidas de tamanho em astronomia: objetos com um tamanho angular menor do que $\Delta\theta$ simplesmente não podem ser resolvidos. Podemos medir o fluxo combinado, mas não seu tamanho nem os fluxos individuais.

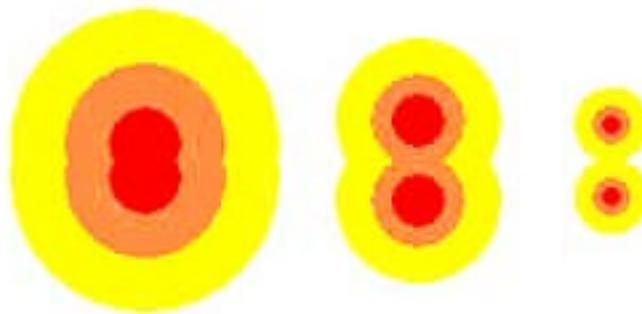


Figura 2.10: Dois objetos observados com instrumentos de diferentes poder de resolução. Na figura da direita, os objetos aparecem superpostos, não resolvidos, pois sua separação angular é menor do que a resolução angular $\Delta\theta$ do telescópio.

EXERCÍCIO 2.18: Que resolução angular seria necessária para observar um homem na Lua?

EXERCÍCIO 2.19: A estrela Sírius A é a estrela mais brilhante no céu. Ela possui uma estrela que gira ao seu redor chamada Sírius B (**figura 2.11**). Sírius B é uma **anã branca**, uma estrela quente, $T = 50000\text{K}$, e pequena, $R =$ raio da Terra. Sírius A está a uma distância de 2,66 pc do Sol. A estrela Sírius B a uma distância de ~ 20 unidades astronômicas, ou 3×10^9 km, de Sírius A. Que resolução angular é necessária para que vejamos as duas estrelas separadas? Que tamanho de telescópio seria necessário para resolver essas duas estrelas?

É interessante notar que, como o planeta Netuno, a existência de Sirius B foi inferida antes dela ser vista! Em 1844, Bessel percebeu que Sirius A apresentava um movimento de vai e vem com período de ~ 50 anos, embora a outra massa do sistema (Sirius B) não fosse visível na época. Também a título de curiosidade, Sirius B é bem mais brilhante que Sirius A quando observada em raios X, como se vê na imagem do satélite Chandra em <http://chandra.harvard.edu/photo/cycle1/0065/index.html>.

----- QUADRO VI – ANÃS BRANCAS -----

Em uma estrela duas forças competem o tempo inteiro: A gravidade das camadas internas puxa as camadas externas para dentro, enquanto a pressão do gás no interior empurra as camadas internas para fora. Qualquer desequilíbrio neste balanço leva a um rápido reajuste na estrutura da estrela trazendo-a de volta a uma configuração de equilíbrio. As estrelas passam a maior parte de sua “vida” transformando hidrogênio em hélio (ver exercício 2.23 e parágrafo seguinte sobre o diagrama de Hertzsprung-Russel), quando o hidrogênio esgotasse, a estrela perde sua fonte de energia. Aí temos um sério desequilíbrio entre pressão e gravidade.

A gravidade nunca se desliga. Com isso a estrela sofre um auto esmagamento. O resultado deste auto esmagamento (para estrelas cuja massa original é inferior a $8M_{\odot}$) é uma **anã branca**. Anãs brancas possuem massa aproximadamente igual a do Sol mas um raio aproximadamente igual ao da Terra (veja exercício 301 para calcular o raio de uma anã branca).

Se a gravidade nunca desliga a pergunta que surge é: Por que então a contração pára quando a estrela tem o tamanho da Terra e não segue até que a estrela “desapareça”? Curiosamente, a explicação reside na mecânica quântica. À medida que a estrela vai ficando mais compacta os núcleos dos átomos e os elétrons (o interior da estrela é tão quente que a matéria está completamente ionizada) vão ficando cada vez mais próximos e portanto cada vez mais *confinados*. Assim sendo a incerteza na posição dos elétrons torna-se cada vez menor, pois eles não tem muito espaço para se mexer. Basta lembrarmos do **princípio da incerteza** para ver que isto nos leva a uma situação interessante: Pouca incerteza na posição, muita incerteza no momento, ou seja, as partículas andarão em alta velocidade. Partículas de um gás em alta velocidade é sinônimo de alta pressão. É esta pressão que finalmente se opõe ao esmagamento gravitacional.

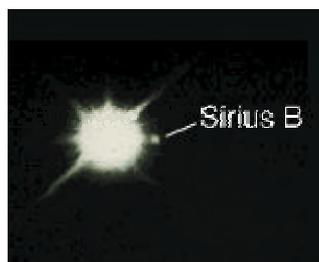


Figura 2.11: A estrela binária Sirius. A imagem “torrada” é de Sirius A, que, no óptico, é milhares de vezes mais brilhante que sua companheira Sirius B, uma anã branca de massa quase igual a do Sol, mas raio muito parecido com o da Terra! Anãs brancas são tão densas que uma colher de café desse material pesaria várias toneladas!

----- QUADRO VII – INTERFEROMETRIA -----

A limitação na resolução angular de telescópios convencionais pode ser contornada com técnicas de **interferometria**, que usam vários telescópios separados por uma grande distância para simular o que seria um super telescópio, de tamanho comparável à separação dos telescópios que fazem parte da rede. É claro que dois telescópios com espelhos de 8 m separados por 1 km de distância não coletam o fluxo equivalente a um telescópio de 1 km de diâmetro, mas a resolução espacial que se pode atingir com esta configuração é da ordem da que se obteria com este espelho gigante. As principais aplicações desta técnica são feitas em rádio astronomia (um exemplo é o Very Large Array, no Novo México, EUA). Aplicações para comprimentos de onda menores, como na faixa do visível, requerem tecnologias que apenas recentemente foram desenvolvidas. Em um futuro muito próximo veremos os resultados desses avanços. O Very Large Telescope, um conjunto de quatro telescópios de 8 m cada, localizado em Cerro Paranal (Chile) e gerenciado por um consórcio de países europeus, será um dos primeiros a implementar a técnica de interferometria na faixa do visível. Vários outros projetos em andamento utilizarão esta técnica, que promete revolucionar a astronomia na próxima década, revelando detalhes até hoje desconhecidos da estrutura de nebulosas, galáxias, etc..

2.3.4 – Efeito da atmosfera – “Seeing”

Além do limite instrumental discutido acima, a resolução angular é também limitada, e muito, pelas *condições atmosféricas*. Isto porque movimentos turbulentos na atmosfera distorcem a frente de onda vinda de um astro, distorcendo a imagem, borrando-a. Assim, mesmo com um telescópio gigantesco que nos permitisse atingir uma resolução excepcional, a imagem obtida de um ponto no infinito seria bem pior do que a resolução angular instrumental. O tamanho angular da imagem deste ponto, que podemos considerar ser uma estrela distante, é chamado **disco de seeing**, ou simplesmente “seeing”. Nos observatórios com melhores condições atmosféricas (como os de Mauna Kea, no Hawaii, e

o de La Palma, nas Ilhas Canárias) o seeing é, nas melhores noites, de $\sim 0,25$ segundos de arco, que equivale ao diâmetro que o Sol teria se visto de uma distância de 0,1 pc! No nível do mar, em uma cidade como Salvador, o seeing é bem maior, da ordem de 3 segundos de arco em noites boas. Para atingirmos um poder de resolução de 0,25 segundos de arco basta um telescópio de 55cm, telescópios são feitos maiores apenas para coletar mais luz, não para aumentar a resolução.

A **figura 2.12** dá uma idéia do efeito dramático da atmosfera sobre a resolução angular. A imagem da esquerda mostra uma imagem obtida de um telescópio terrestre, a do centro é do telescópio Hubble antes do conserto e a da direita do Hubble consertado. Esta última, por ser obtida fora da atmosfera terrestre, não sofre a degradação do seeing. A imagem obtida da Terra é obviamente mais borrada do que a obtida do espaço, exibindo, portanto, muito menos detalhes estruturais do que a imagem do Hubble. A imagem do centro é melhor que a terrestre, mas ainda com fortes aberrações, enquanto a imagem depois do é bem mais nítida. Sob muitos aspectos, o Hubble é na verdade um telescópio ultrapassado, que, se colocado na Terra, não seria lá grande coisa. Contudo, devido à sua posição privilegiada, ele produziu algumas das imagens astronômicas mais impressionantes já obtidas (consulte www.stsci.edu para uma coleção de imagens do Hubble).

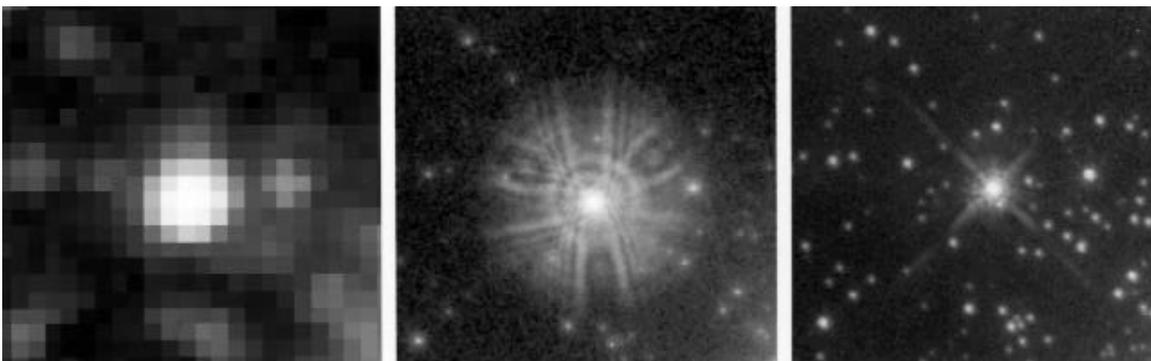


Figura 2.12 – Imagens do mesmo grupo de estrelas tomadas (esquerda) a partir de um observatório terrestre, do telescópio espacial Hubble (centro) antes do conserto e (direita) após o conserto. A imagem tem aproximadamente 10 segundos de arco de lado.

EXERCÍCIO 2.20: A maioria das pessoas imagina que ao observar uma estrela em um telescópio potente a superfície dela seria visível, isto é, que poderia distinguir um pequeno círculo e ver detalhes sobre o círculo assim como vemos crateras na Lua e manchas no Sol. (a) Calcule o diâmetro angular em segundos de arco que o Sol teria se o observássemos a uma distância de 10 pc. Considerando o efeito seeing atmosférico, você acha que isto é possível? (b) Ignorando tais efeitos, qual seria o diâmetro necessário de um telescópio para que ele pudesse resolver a estrela? (c) Qual a maior distância para a qual uma estrela do tamanho do Sol pode ser resolvida considerando um seeing de 0,5 segundos de arco?

----- QUADRO VIII – ÓPTICA ATIVA/ADAPTATIVA -----

Se você soubesse de alguma maneira como a frente de onda que chega ao telescópio foi distorcida pela atmosfera, em princípio distorcendo o espelho no sentido contrário você poderia compensar o efeito da atmosfera e obter uma imagem melhor. Parece delírio mas não é. Além de ser possível, já é feito! Quando a luz atravessa a atmosfera há glóbulos de densidade mais alta e mais baixa, e a velocidade da luz varia de acordo com a densidade. Assim, ao chegar no espelho de nosso telescópio, partes da frente de onda estão “atrasadas” em relação a outras partes que atravessaram glóbulos onde a velocidade era mais alta.

Quando a luz está a caminho de nosso instrumento, depois de já ter sido refletida no espelho primário, as defasagens podem ser compensadas se obrigarmos a luz a refletir em um espelho deformável. Este espelho possui muitos pistões presos a ele e as deformações são aplicadas de formas a compensar as defasagens na frente de onda.

2.3.5 – Mapeamentos do céu

O tamanho que um certo objeto compreende em uma imagem astronômica pode ser transformado em seu tamanho angular no céu usando a escala de placa, que, como já mencionado, depende da óptica do telescópio. Além disso, o tamanho angular da região do céu coberta pela imagem depende do tamanho do detector. Câmeras CCD, por exemplo, são pequenas, mais ou menos do tamanho de uma unha (menos que $\sim 1\text{cm} \times 1\text{cm}$)! Um CCD dessas dimensões acoplado a um telescópio com uma escala de placa de 10 segundos de arco por milímetro cobre uma área do céu de apenas 100×100 segundos de arco. Isto é suficiente para tirar imagens de galáxias a 60 Mpc de distância, mas não para cobrir as Nuvens de Magalhães, ou o aglomerado de galáxias da Virgem, que varrem vários graus no céu. Para cobrir estes objetos uma outra configuração, razão focal menor e/ou um detector maior, é necessária, como, por exemplo, um telescópio tipo Schmidt com uma placa fotográfica de $\sim 30\text{cm} \times 30\text{cm}$ como detector. Ou então, se tivermos tempo e paciência, pode-se montar um *mosaico* com muitas imagens CCD, cada uma cobrindo um pedacinho do céu. A outra alternativa é fazer um mosaico de CCDs e montar vários CCDs no plano focal do telescópio. Um exemplo de tal mosaico está em operação no telescópio de 4m do Observatório Interamericano de Cerro Tololo (<http://www.ctio.edu>), nele 8 CCDs de 2000×4000 pixels foram colados lado a lado. Tais **mapeamentos** (“surveys”) de grandes regiões do céu possibilitam a descoberta de grandes números de objetos (estrelas, galáxias e nebulosas), que podem ser posteriormente investigados em mais detalhe com observações específicas. (É como se você planejasse uma viagem a Lichtenstein ou à ilha de Tonga: Antes de embarcar você consultaria um mapa-mundi para descobrir como chegar lá!)

----- QUADRO IX – “Surveys” -----

Um exemplo recente de mapeamento do céu inteiro é a “2 Micron All Sky Survey” (<http://pegasus.phast.umass.edu>), que obteve imagens CCD na faixa de $\lambda = 2\mu\text{m}$ do céu

inteiro. Cerca de 300 milhões de estrelas e alguns milhões de galáxias foram catalogadas! Outro exemplo atual (ainda em andamento) é a “Sloan Digital Sky Survey” (<http://www.sdss.org>) que está observando $\frac{1}{4}$ do céu usando CCD’s e um conjunto de 5 filtros cobrindo desde 3500 até 9100 Å. Ao final do mapeamento, serão 100 milhões de imagens de objetos celestes! Além disso, serão obtidos 1 milhão de espectros de galáxias!

Esta quantidade astronômica de dados está transformando o modo de fazer pesquisa em Astrofísica. Boa parte da astrofísica do século XXI se baseará na aplicação de ferramentas matemáticas, estatísticas e computacionais para explorar a informação contida em bases de dados gigantescas como essas. Já se fala até em “Observatórios Virtuais”, que reunirão essas e outras observações em uma super base de dados com bilhões de Gigabytes, que poderá ser explorada da mesma maneira que os primeiros astrônomos exploraram o céu com seus telescópios.

A **figura 2.13** mostra um mapa de metade do céu (ou seja, apenas um hemisfério) onde cada ponto corresponde a uma estrela. A **Via Láctea** é facilmente reconhecida como a faixa diagonal com grande concentração de estrelas. Essa estrutura, facilmente visível a olho nu, imediatamente nos diz que vivemos em uma galáxia que contém um **disco** estelar, ou seja, uma galáxia de tipo espiral. Habitantes de galáxias elípticas, se é que eles existem, vêem estrelas distribuídas de maneira aproximadamente uniforme por todo céu. Habitantes de galáxias espirais têm no céu um sistema de coordenadas natural, com *latitude e longitude galácticas* definidas com respeito ao disco. A latitude (b) de um objeto conta quantos graus acima ou abaixo do disco ele se encontra; b varre a faixa de -90° a $+90^\circ$, ou seja, do pólo Sul ao pólo Norte galáctico. Já a longitude (l) é um ângulo azimutal, que vai de 0 a 360° no plano do disco. A escolha de $l = 0^\circ$ é tão arbitrária e irrelevante quanto a convenção de que $l = 0^\circ$ no caso das coordenadas terrestres é o meridiano de Greenwich. Nós, terráqueos, definimos $l = 0^\circ$ na direção do centro da galáxia. Este sistema, no qual os mapas abaixo foram desenhados, se chama de sistema de **coordenadas galácticas**. Este sistema de coordenadas é melhor ilustrado em um mapa do céu inteiro projetado como um mapa-mundi, tal qual o exemplo da **figura 2.14**.

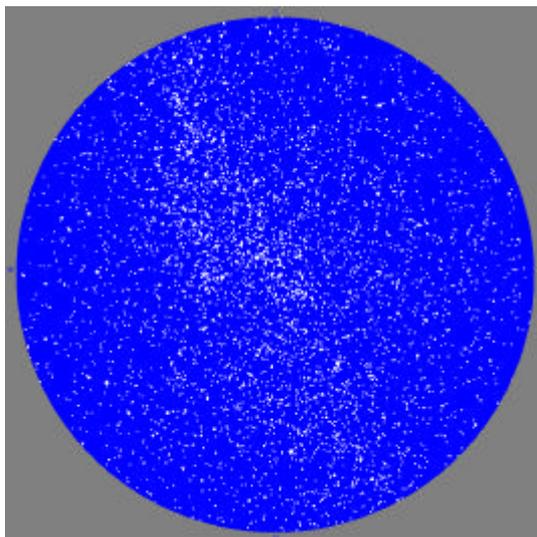


Figura 2.13 – Mapa de metade do céu, contendo todas estrelas com magnitude m_V mais brilhantes que 7 na faixa do visível (o que equivale a um Sol visto a 27 pc de distância). A faixa diagonal com maior concentração de estrelas, conhecida como “Via Láctea”, corresponde ao disco de nossa Galáxia.

O mapa da **figura 2.13** contém todas estrelas conhecidas com magnitude visual ($5000 \text{ \AA} < \lambda < 6000 \text{ \AA}$) $m_V < 7$, o que equivale a um fluxo na faixa do visível $F_V > 4 \times 10^{-11} \text{ W m}^{-2}$. Apenas a título de exemplo, considere que todas estrelas são como o Sol, cuja luminosidade no visível é de $3,6 \times 10^{26} \text{ W}$. Usando $F = L / 4\pi d^2$, e ignorando por simplicidade os efeitos de extinção interestelar, o limite de $F_V > 4 \times 10^{-11} \text{ W m}^{-2}$ equivale a $d < (L_V / 4\pi F_V)^{1/2} = 8,5 \times 10^{17} \text{ m} = 27 \text{ pc}$. Dito em palavras, a figura não contém sóis mais distantes que 27 pc. Obviamente, um mapa mais profundo, isto é, atingindo fluxos menores, conteria mais estrelas, pois enxergaria mais longe.

Já os mapas da **figura 2.14** mostram apenas galáxias. O da **figura 2.14a** foi feito por Charlier em 1920. Nessa época ainda não se sabia que outras galáxias existiam; o próprio conceito de galáxia ainda não havia se firmado. Charlier “cartografou” as coordenadas das “nebulosas espirais” conhecidas na época. O mapa **2.14b** é apenas uma versão mais atual desse mesmo mapa, incluindo quase 15000 galáxias mais brilhantes que $F = 10^{-14} \text{ W m}^{-2}$ entre 3900 e 4900 \AA (magnitude na banda B $< 14,5$), o que equivale a um Sol visto a 640 pc. Ambos correspondem à faixa do óptico. Em ambos mapas se percebe que galáxias tendem a viver amontoadas em grupos; sua distribuição no céu lembra um pouco a de cidades em um mapa geográfico. Mas a característica mais notável nesses mapas é a ausência de galáxias na faixa equatorial, aproximadamente entre $b = -15^\circ$ e $b = +15^\circ$, exatamente a zona em que mais existem estrelas (**figura 2.13**)! O vazio é tão grande que chega a sugerir que as galáxias evitam essa “zona proibida”! De fato, no começo do século XX, antes da descoberta de que as tais nebulosas espirais eram na verdade galáxias

distantes, chegou-se a especular que a Via Láctea repelia as nebulosas espirais devido a um tipo desconhecido de força...

Nada disso. A “zona proibida” nada mais é que o plano da Via Láctea, no qual está concentrada a poeira. Se a extinção nesta zona é capaz de esconder estrelas a apenas alguns kpc de distância, que dizer de galáxias a muitos Mpc! Existem sim galáxias na “zona proibida”; apenas não as podemos ver (pelo menos na faixa do óptico). Astrônomos da primeira metade do século XX demoraram em se convencer da existência de poeira e de seus efeitos sobre a radiação de estrelas e galáxias, o que naturalmente causou muita confusão e polêmica (quadro IV).

Mapeamentos do céu inteiro são muito úteis, mas tomam muito tempo para serem feitos. Na prática as imagens obtidas não atingem níveis de fluxo muito baixos, pois isso demandaria grandes tempos de exposição, o que inviabilizaria o projeto. A consequência disso é que deixamos de ver as fontes mais fracas, que, em média, são também as mais distantes.

Um tipo de estudo complementar a mapeamentos do céu inteiro é observar apenas uma pequena região, mas com um tempo de integração enorme, o que permite a detecção de fontes muito fracas. Na **figura 2.15 a** mostramos um mapa de uma região minúscula do céu: ~ 140 x 140 segundos de arco. Isto corresponde a uma mosca de 1 cm vista a 15 m de distância, a 1/13 do tamanho da lua ou a 1/26000000 do céu inteiro. Esta imagem foi tirada pelo telescópio espacial Hubble, que em 1995 ficou “olhando” para esta região durante 10 dias! Esta é a imagem mais “profunda” obtida até hoje. Ela ficou conhecida como o “campo profundo de Hubble” (“Hubble Deep Field”, ou HDF).

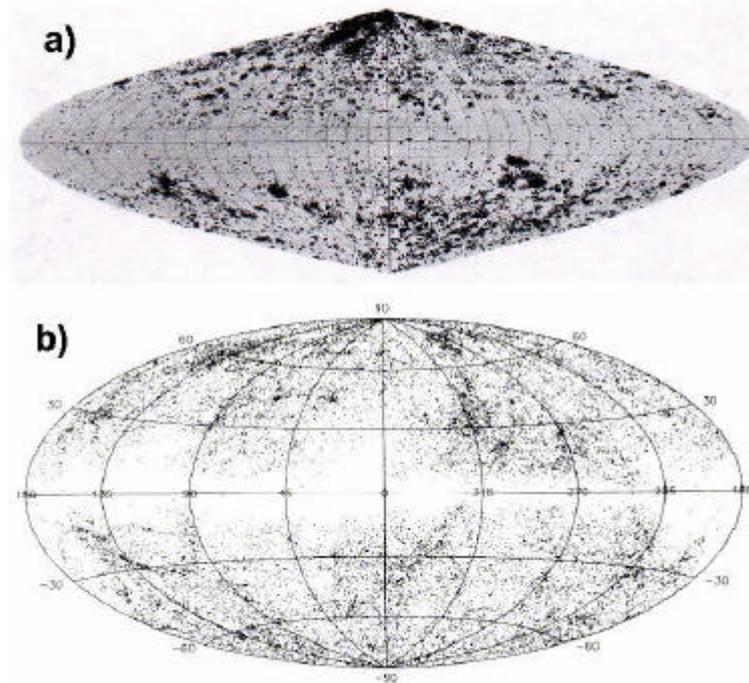


Figura 2.14 – Mapas da distribuição de galáxias no céu. (a) Mapa feito nos anos 1920 dos objetos do “New General Catalogue” (NGC) publicado por J. Dreyer em 1895 como uma revisão do catálogo original de J. Herschell. A maioria dos objetos neste mapa são galáxias espirais, que à época eram conhecidas como “nebulosas espirais”. (b) Mapa contendo as 15000 galáxias dos catálogos UGC, ESO e MCG mais brilhantes que $10^{-14} \text{ W m}^{-2}$ no filtro B. Pouquíssimas galáxias são visíveis na zona do equador galáctico devido ao obscurecimento por poeira nessa região (vide **figura 2.2**).

Praticamente todas as fontes nessa imagem são galáxias! São cerca de 1000 delas neste pedacinho minúsculo do céu! A maioria esmagadora delas não poderia ter sido detectada em exposições mais curtas. De fato, uma imagem menos profunda da mesma região do céu mostra apenas umas 3 ou 4 galáxias (**figura 2.15b**). Extrapolando o HDF para o céu inteiro, seriam $\sim 1000 \times 26000000$ galáxias, o que dá uma idéia de quão incompleto está o mapa da **figura 2.14b**, com suas 15000 galáxias. Na verdade, ele é completo, mas apenas até seu fluxo limite, que é da ordem de 100000 vezes mais brilhante que o do HDF.

Podemos usar esses números para ter uma idéia grosseira da profundidade relativa dos mapas **2.14b** e **2.15a**. Sendo n o número médio de galáxias por unidade de volume no universo e R a distância da galáxia mais distante em um mapeamento, então o número de

galáxias observadas seria da ordem de $N \sim n \frac{4\pi R^3}{3}$. As profundidades de dois mapeamentos A e B podem ser comparadas pela razão dos números de galáxias detectadas: $N_A/N_B: \sim (n \frac{4\pi R_A^3}{3}) / (n \frac{4\pi R_B^3}{3}) = (R_A/R_B)^3$, e portanto $R_A/R_B \sim (N_A/N_B)^{1/3}$. Usando $N_A = 2,6 \times 10^{10}$ para o HDF (extrapolado para todo o céu) e $N_B = 1,5 \times 10^4$ para o mapa **2.14b**, obtemos que o HDF atinge uma distância $R_A \sim (2,6 \times 10^{10} / 1,5 \times 10^4)^{1/3} R_B \sim 120$, ou seja, da ordem de 100 vezes mais profundo que o mapeamento **2.14b**. Hoje em dia existem mapas de grandes regiões do céu muito mais profundos do que o da **figura 2.14b**. Um exemplo varrendo $\sim 1/4$ do céu e contendo ~ 3 milhões de galáxias pode ser encontrado em <http://www.nottingham.ac.uk/~ppzsjm/apm/apm.html>.

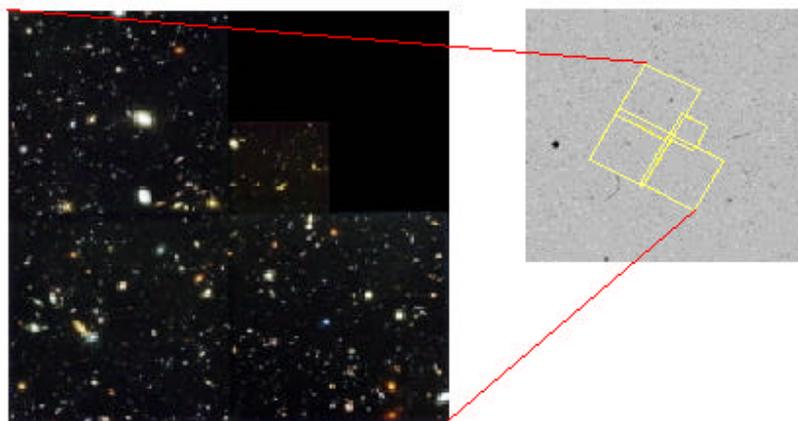


Figura 2.15 – (a) O “Hubble Deep Field”. O formato dentado da imagem é devido ao formato dos 4 CCDs do telescópio espacial Hubble. (b) A mesma região do céu, porém observada da Terra em placas fotográficas e por muito menos tempo que o HDF, mostra apenas umas 3 ou 4 galáxias.

EXERCÍCIO 2.21: Considerando a ausência de estrelas no HDF, qual dos seguintes valores para sua latitude galáctica b lhe parece plausível para o HDF: $b = 0^\circ$? 15° ? 30° ? 90° ?

2.4 – CORES

Fotografias coloridas, como a do pôr do Sol com a qual iniciamos esta discussão sobre imagens, são raras em astronomia, pois a maioria dos detectores profissionais não distingue fótons de diferentes cores. Eles simplesmente medem o fluxo incidente, seja ele de fótons azuis, verdes, vermelhos ou todos misturados (branco). Para recuperar a informação cromática em imagens, utilizam-se **filtros**. Filtros são posicionados antes do feixe de luz

atingir o detector, de modo que este vê apenas a radiação que o atravessa. Um filtro faz com que apenas fótons de certa cor (isto é, dentro de uma faixa ao redor de um certo λ central) atinjam o detector, bloqueando a passagem de fótons fora da sua faixa de transmissão, como um óculos de Sol. Por exemplo, um filtro comumente usado em telescópios ópticos é o “filtro B”, que deixa passar luz dentro de uma janela de $\Delta\lambda = 1000 \text{ \AA}$ centrada em 4400 \AA (isto é, entre $\lambda = 3900$ e 4900 \AA), correspondendo à faixa do azul. Outros filtros, como os filtros U ($\lambda_{\text{central}} = 3600 \text{ \AA}$, $\Delta\lambda = 1000 \text{ \AA}$) e V ($\lambda_{\text{central}} = 5500 \text{ \AA}$, $\Delta\lambda = 1000 \text{ \AA}$), selecionam outras faixas espectrais. Filtros já apareceram, de forma meio disfarçada, nesse texto (por exemplo, na discussão dos mapas [2.13](#) e [2.14](#)). Nesta seção veremos o que se pode aprender com medidas desse tipo.

----- QUADRO X: Cores falsas -----

Uma advertência: Muitas das imagens astronômicas que você vê por aí são *coloridas artificialmente!* Imagine que tiramos uma foto do Sol, que, como bem sabemos, é amarelo. O fluxo que vem da superfície do Sol é menor nas bordas do que em seu centro devido a um fenômeno conhecido como “obscurecimento de bordo”. Mas isso é difícil de ver a olho nu. (Nem tente; você pode ficar cego!). Para facilitar a visualização desse efeito, podemos estabelecer uma escala arbitrária de cores: As partes mais brilhantes serão representadas pela cor azul e as menos brilhantes por vermelho; brilhos intermediários assumirão cores intermediárias (verde, laranja, etc.) A imagem final exibirá o obscurecimento de bordo, com as partes externas em vermelho e centro em azul. Mas as cores usadas para pintar a imagem são totalmente arbitrárias! O que fizemos foi associar uma cor a um nível de fluxo apenas para efeitos de análise da imagem. O mesmo efeito poderia ser conseguido usando uma escala de branco a preto, passando por diferentes gradações de cinza, muito embora o Sol não seja nem branco, nem preto nem cinza. Tenha isso em mente quando ver uma imagem astronômica. Você acha, por exemplo, que as cores na figura 2.9 são reais?

2.4.1 – Cores e a Temperatura de Estrelas

Imagens obtidas através de diferentes filtros podem ser combinadas para determinar a **cor** de objetos astronômicos, que reflete essencialmente sua **temperatura** (outra vez, lembre-se da lei de Wien). Estrelas quentes, por exemplo, são mais azuis que estrelas frias. Se duas estrelas têm o mesmo fluxo em uma imagem em V, a estrela que aparecer com maior intensidade em B ou U será mais quente do que a outra. Ou seja, quanto maior a razão F_B/F_V dos fluxos em B e V, mais azul é a estrela e vice-versa. Cores portanto refletem a **razão** dos fluxos em dois λ 's. Para visualizar esta propriedade, considere a [figura 2.16](#), na qual exibimos os espectros de corpos negros, com $T = 5000, 7000$ e 8000 K . As barras verticais entre $\lambda = 3900$ e 4900 \AA indicam a faixa coberta pelo filtro B, enquanto que as barras entre 5000 e 6000 \AA indicam o filtro V. Como se deduz da figura, a razão entre estas áreas é maior quanto maior for a temperatura.

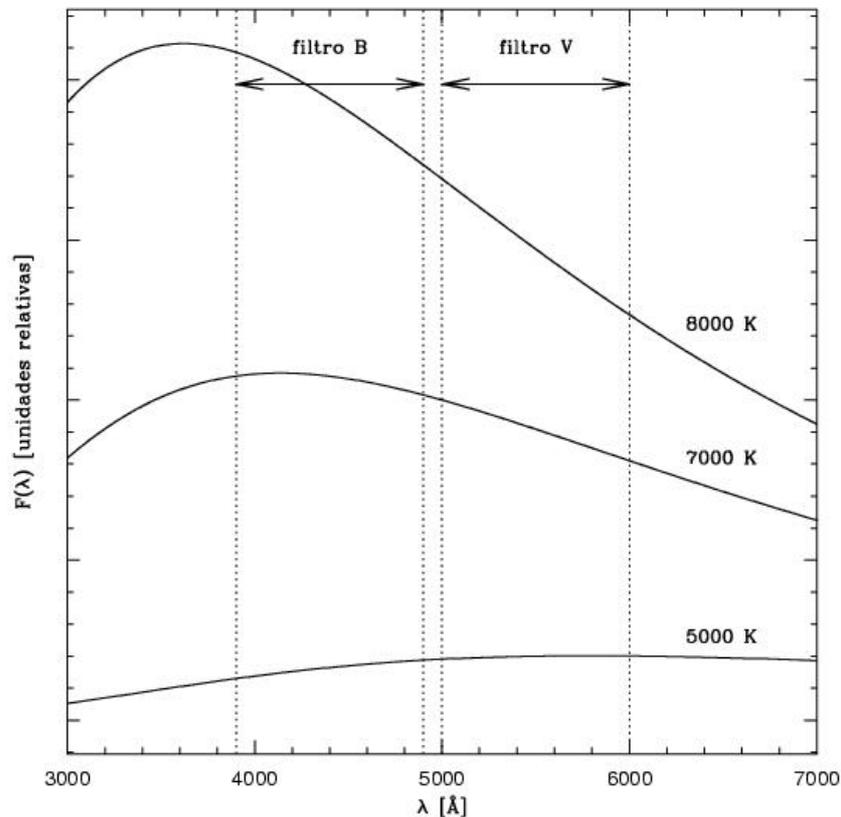


Figura 2.16 – Planckianas de temperatura 5000, 7000 e 8000 K. As barras verticais indicam as faixas cobertas pelos filtros B e V. O quociente F_B/F_V dos fluxos contidos nestas bandas cresce com T.

Nos exercícios abaixo exploramos a conexão entre cores e temperatura de forma quantitativa.

EXERCÍCIO 2.22: Usando a lei de Planck, demonstre que para um corpo negro de temperatura T a razão entre os fluxos em um comprimento de onda λ_B e outro λ_V é dada por

$$F(\lambda_B) / F(\lambda_V) = (\lambda_V / \lambda_B)^5 [\exp(hc/kT\lambda_V) - 1] / [\exp(hc/kT\lambda_B) - 1]$$

Esta expressão é aproximadamente igual a razão F_B/F_V dos fluxos em duas bandas, B e V, de mesma largura $\Delta\lambda$. (A expressão exata para F_B/F_V requer a integração numérica de Planckianas sobre o intervalo em λ varrido por cada filtro.)

Assuma que estrelas irradiam como corpos negros e considere temperaturas $T = 30000, 20000, 10000, 8000, 6000, 4000$ e 2000 K. Calcule, para cada temperatura, a razão F_B/F_V

entre os fluxos em $\lambda_B = 4400$ e $\lambda_V = 5500 \text{ \AA}$, que correspondem às bandas B e V respectivamente. Grafique os resultados com F_B/F_V na abcissa e T na ordenada. Para facilitar a visualização use um papel log-log, ou então use um papel milimetrado normal, mas grafique $\log F_B/F_V$ contra $\log T$. Trace uma linha unindo os pontos. Estrelas não emitem exatamente como corpos negros, mas este exercício dá uma boa idéia de como se pode determinar a temperatura de estrelas através da medida de suas cores. A **figura 2.17** mostra o que você deveria obter.

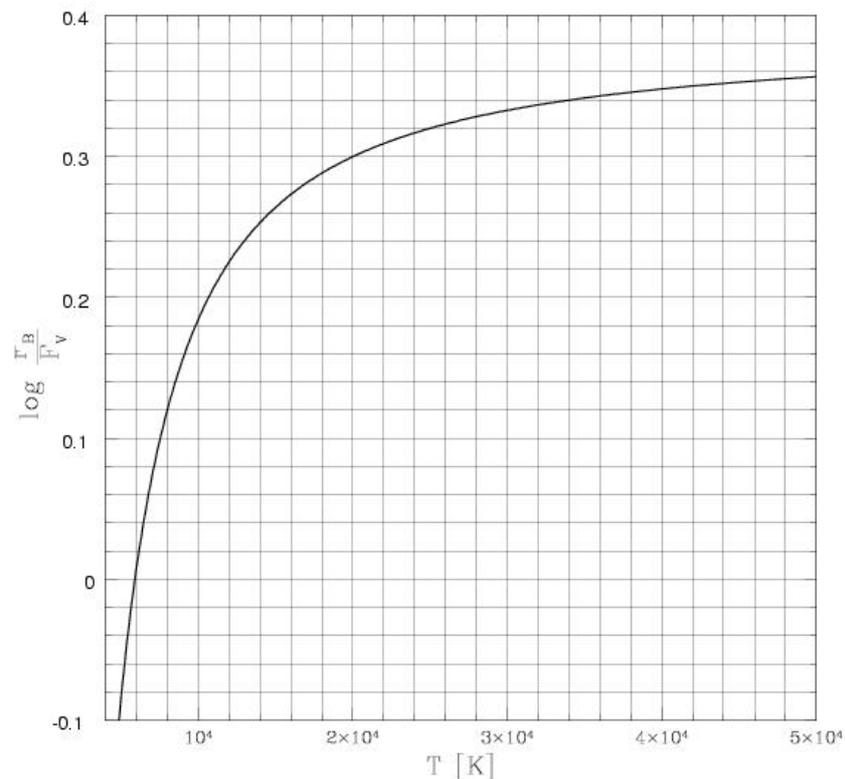


Figura 2.17 – Relação entre a razão dos fluxos nos filtros B e V e a temperatura de um corpo negro. Quanto mais quente um corpo, mais azul ele é.

EXERCÍCIO 2.23: A tabela abaixo contém os fluxos medidos nas bandas B e V de algumas das ~ 700 estrelas no aglomerado das Plêiades (**figura 2.18**). Faça um gráfico com $\log F_V$ no eixo Y e $\log F_B/F_V$ no eixo X. Você deveria encontrar que as estrelas de maior fluxo são também as mais azuis. Astrônomos chamam este gráfico de **diagrama cor-magnitude**.

Usando o resultado do exercício acima, converta a escala de F_B/F_V em uma escala de temperatura. Para fazer isso, simplesmente marque na escala de $\log F_B/F_V$ o valor de T que

você infere a partir da figura do exercício 2.22. Estime a temperatura das estrelas na tabela abaixo.

Tabela I: - Fluxos nas bandas B e V para 11 estrelas do aglomerado das Plêiades

Estrela	Fluxo na Banda B (J/s.m ² .Å)	Fluxo na Banda V (J/s.m ² .Å)
1	$1,219 \times 10^{-12}$	$5,943 \times 10^{-13}$
2	$5,084 \times 10^{-13}$	$2,594 \times 10^{-13}$
3	$1,466 \times 10^{-13}$	$7,835 \times 10^{-14}$
4	$6,702 \times 10^{-14}$	$3,750 \times 10^{-14}$
5	$2,119 \times 10^{-14}$	$1,242 \times 10^{-14}$
6	$9,687 \times 10^{-15}$	$5,943 \times 10^{-15}$
7	$3,359 \times 10^{-15}$	$2,366 \times 10^{-15}$
8	$1,112 \times 10^{-15}$	$9,420 \times 10^{-16}$
9	$4,038 \times 10^{-16}$	$3,750 \times 10^{-16}$
10	$2,980 \times 10^{-16}$	$3,119 \times 10^{-16}$
11	$1,337 \times 10^{-16}$	$1,493 \times 10^{-16}$



Figura 2.18 – O aglomerado das Plêiades, visível a olho nu próximo da constelação do Touro. A nebulosidade ao redor das estrelas mais brilhantes provém da **reflexão** da luz dessas estrelas por nuvens de poeira neste aglomerado jovem. Em imagens coloridas, essas **nebulosas de reflexão** tem uma coloração azulada, devido ao fato de que a poeira espalha fótons de menores λ s mais eficientemente. (O efeito é análogo ao que faz com que o céu seja azul!)

O que você acaba de fazer é um **diagrama de Hertzsprung-Russel**, peça chave da teoria de **estrutura e evolução estelar**! Como todas as estrelas das Plêiades estão a aproximadamente a mesma distância de nós, as de maior fluxo são também as mais luminosas, de modo que dos diagramas acima você deveria deduzir que as estrelas mais luminosas são também as mais quentes. A linha ao longo da qual as estrelas se organizam no diagrama de Hertzsprung-Russel é chamada de **Seqüência Principal**. Estrelas na Seqüência Principal são mantidas pela queima de H em He em seus núcleos. (O Sol, por exemplo, se encontra nessa situação, e deve permanecer na seqüência principal por mais uns 5 bilhões de anos.) Quando todo o H do núcleo for consumido nesse processo, a estrela perde sua fonte interna de energia e colapsa sob o peso das camadas externas, até que a temperatura no núcleo cresça a ponto de permitir a fusão do He em elementos mais pesados. Durante essa evolução a estrela viaja ao longo do diagrama Hertzsprung-Russel. Dessa forma, a simples medida da temperatura e luminosidade de uma estrela nos dá uma idéia muito boa de seu estágio evolutivo.

EXERCÍCIO 2.24: Podemos aproveitar os exercícios acima para ilustrar um possível método para calcular a **distância** até as Plêiades. Com os cálculos acima você deveria ter encontrado que a estrela número 10 da tabela tem uma temperatura de ~ 6000 K, talvez um pouco menos. Esta temperatura é bem parecida com a do Sol, o que nos leva a crer que esta estrela seja um “clone” (pelo menos parecida) do Sol. Sabendo que a luminosidade do Sol no filtro V é de $5,3 \times 10^{25}$ W, e usando o fluxo de $3,2 \times 10^{-13}$ W m⁻² medido para a estrela # 10 nesse mesmo filtro, calcule sua distância usando $L_V = 4\pi d^2 F_V$. Esta é a essência do método de **paralaxe espectroscópica** para determinação de distâncias a estrelas (seção 2.2). Ele funciona bastante bem. No caso das Plêiades, conhecemos d por medidas de paralaxe trigonométrica, o que nos dá uma distância de 116 pc. Compare este valor com o que você obteve acima e julgue você mesmo se o resultado é satisfatório.

2.4.2 – Poeira Interestelar e Vermelhamento

Além da temperatura, a quantidade de poeira interestelar afeta diretamente as cores de uma estrela. Como vimos na seção 2.1.1, a extinção interestelar causa um **avermelhamento** das cores. Quanto mais poeira houver no caminho até a estrela (isto é, quanto maior for a profundidade óptica τ), mais vermelha ela se torna. Qualitativamente, o efeito é o mesmo de reduzir a temperatura: quanto mais fria mais vermelha. Como podemos *separar* os dois efeitos? Ou seja, como podemos saber se uma estrela vermelha é intrinsecamente tão fria quanto aparenta ou se ela na verdade é quente, porém avermelhada pelo efeito extrínseco da poeira interestelar?

Felizmente, apesar de qualitativamente similares, os efeitos de temperatura e avermelhamento são quantitativamente diferentes. Para ilustrar isso, vamos construir um **diagrama cor-cor**, com, por exemplo, a razão F_B/F_V no eixo X e F_U/F_B no eixo Y. Quanto mais azul for uma estrela, maiores serão tanto F_B/F_V como F_U/F_B . Assumindo que estrelas

radiam como corpos negros, podemos traçar uma *seqüência de temperaturas* nesse diagrama usando as seguintes expressões, ambas deduzidas a partir da fórmula de Plack:

$$(F_B / F_V)_{int} = (\lambda_V / \lambda_B)^5 [\exp(hc/\lambda_V kT) - 1] / [\exp(hc/\lambda_B kT) - 1]$$

$$(F_U / F_B)_{int} = (\lambda_B / \lambda_U)^5 [\exp(hc/\lambda_B kT) - 1] / [\exp(hc/\lambda_U kT) - 1]$$

onde $\lambda_U = 3600$, $\lambda_B = 4400$ e $\lambda_V = 5500$ Å são os comprimentos de onda das bandas U, B e V respectivamente. A **figura 2.19** mostra esta seqüência de temperatura. A estrela mais fria nesse gráfico (no canto inferior esquerdo) tem $T = 3000$ K, enquanto que a mais quente tem $T = 50000$ K. Na prática a seqüência de temperaturas não é tão linear como nesse diagrama devido ao fato de que estrelas não radiam exatamente como corpos negros, mas este detalhe não altera nossa argumentação.

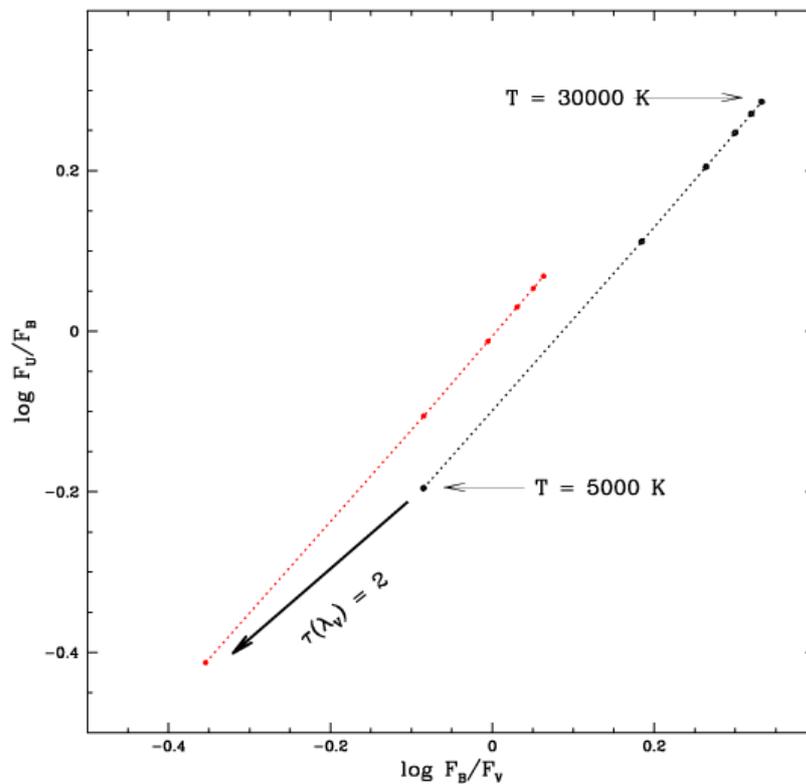


Figura 2.19 – Diagrama cor-cor teórico. A linha da direita une as cores F_B/F_V e F_U/F_V de seis estrelas (na verdade corpos negros) com temperaturas de 5000, 10000, 15000, 20000, 25000 e 30000 K. A linha tracejada une as mesmas estrelas, porém com cores avermelhadas por $\tau(\lambda_V) = 2$ de poeira interestelar. (Note que os eixos são logaritmos).

Obviamente, até aqui estamos falando de *cores intrínsecas*, não afetadas por extinção – por isso o sub-índice “*int*” nas expressões acima. O avermelhamento interestelar modifica a

posição de uma estrela nesse diagrama, deslocando-a para a esquerda e para baixo. Para determinar exatamente a direção desse deslocamento, precisamos conhecer a função $\tau(\lambda)$ nos comprimentos de onda das bandas U, B e V. Conforme vimos (secção 2.1.1), a extinção transforma um fluxo intrínseco F_{int} em $F_{\text{obs}} = F_{\text{int}} \exp(-\tau)$. Na banda B, por exemplo, $F_{B,\text{obs}} = F_{B,\text{int}} \exp[-\tau(\lambda_B)]$, e analogamente para U e V. Após uma álgebra trivial, obtemos a seguinte expressão para as cores observadas

$$(F_B / F_V)_{\text{obs}} = (F_B / F_V)_{\text{int}} \exp[\tau(\lambda_V) - \tau(\lambda_B)]$$

$$(F_U / F_B)_{\text{obs}} = (F_U / F_B)_{\text{int}} \exp[\tau(\lambda_B) - \tau(\lambda_U)]$$

Vamos reescrever essas relações re-arranjando os termos dentro das exponenciais:

$$(F_B / F_V)_{\text{obs}} = (F_B / F_V)_{\text{int}} \exp\{-\tau(\lambda_V) [\tau(\lambda_B)/\tau(\lambda_V) - 1]\}$$

$$(F_U / F_B)_{\text{obs}} = (F_U / F_B)_{\text{int}} \exp\{-\tau(\lambda_V) [\tau(\lambda_U)/\tau(\lambda_V) - \tau(\lambda_B)/\tau(\lambda_V)]\}$$

O motivo para este rearranjo é que conhecemos os termos $\tau(\lambda_B)/\tau(\lambda_V)$ e $\tau(\lambda_U)/\tau(\lambda_V)$ a partir da **lei de avermelhamento**, que descreve a forma da função $\tau(\lambda)$. Vamos usar $\tau(\lambda_V)$ para medir a quantidade de extinção, e usar $\tau(\lambda)$ para convertê-la para λ_U e λ_B . (Extinção e avermelhamento, como se vê, vêm sempre de mãos dadas.) Estudos detalhados do meio interestelar em nossa galáxia demonstraram que τ é aproximadamente proporcional ao *inverso* de λ , o que nos permite deduzir que $\tau(\lambda_B)/\tau(\lambda_V) \sim (\lambda_B/\lambda_V)^{-1} \sim (4400/5500)^{-1} = 1,25$ e $\tau(\lambda_U)/\tau(\lambda_V) \sim (3600/5500)^{-1} = 1,53$ – os valores exatos são 1,31 e 1,56, respectivamente. Com esses valores, o termo de avermelhamento na equação para $(F_B / F_V)_{\text{obs}}$ fica $\exp\{-0,31 \tau(\lambda_V)\}$, e $\exp\{-0,25 \tau(\lambda_V)\}$ para $(F_U / F_B)_{\text{obs}}$. Portanto, para avaliar o efeito da poeira sobre as cores de uma estrela, basta sabermos quanta extinção ela sofre na banda V. A seta larga na **figura 2.19** mostra como a seqüência de cores intrínsecas é deslocada para $\tau(\lambda_V) = 2$. Quanto maior $\tau(\lambda_V)$ maior será este deslocamento.

A separação entre as seqüências de cores intrínsecas e cores avermelhadas na **figura 2.19** imediatamente sugere uma estratégia para determinar se uma dada estrela sofre extinção. Basta medirmos suas cores $(F_B / F_V)_{\text{obs}}$ e $(F_U / F_B)_{\text{obs}}$ e verificar em que ponto do diagrama elas caem. Se elas caem *fora* da seqüência de cores intrínsecas é porque a estrela sofre extinção. Para determinar *quanta* extinção, isto é, para medir $\tau(\lambda_V)$, tudo o que temos que fazer é traçar uma reta entre as cores observadas e a seqüência de cores intrínsecas *na direção do vetor de avermelhamento* (mas obviamente no sentido oposto ao da figura).

EXERCÍCIO 2.25: Imagine uma estrela tão avermelhada que ela se encontra no canto inferior esquerdo da **figura 2.19**, onde $\log (F_B/F_V) = -0,5$ e $\log (F_U/F_B) = -0,5$. A partir desse ponto, trace (com uma régua) uma reta paralela à seta de avermelhamento na direção da seqüência de cores intrínsecas. (a) Estime grosseiramente a temperatura da estrela. (b) Comparando o comprimento da reta traçada com o da seta desenhada na figura, estime

$\tau(\lambda_V)$. (c) Sendo $\tau(\lambda_V) \sim 1$ para cada kpc de distância, estime a que distância estaria esta estrela.

EXERCÍCIO 2.26: Construa um diagrama cor-cor análogo ao da **figura 2.19**, mas usando as cores (F_B/F_V) e (F_V/F_I) , onde F_I é o fluxo na banda I, centrada em 9000 \AA . Para traçar a seta de avermelhamento você precisará saber que $\tau(\lambda_I)/\tau(\lambda_V) = 0,48$. Este diagrama lhe parece mais útil que o da **figura 2.19**?

Existem várias incertezas nesse e em outros métodos para calcular a extinção, incertezas que se tornam críticas para objetos altamente avermelhados. Uma maneira de evitar problemas com a poeira é estudar objetos fora do disco da galáxia, pois, como é patente na **figura 2.2**, é aí que a poeira se concentra. Obviamente, esta não é uma alternativa viável para astrônomos que trabalham com estrelas ou outros objetos no disco da nossa galáxia, mas se você está mais interessado em outras galáxias, o melhor a fazer é buscá-las em direções o mais distante possível do plano da Via Láctea, pois nessas direções existe muito pouca poeira. Na verdade, como se vê na **figura 2.14**, esta é a única opção para quem estuda galáxias!

2.4.3 – Cores em galáxias

Cores não são úteis apenas no estudo de estrelas. No estudo de galáxias, imagens em diferentes λ s permitem discernir os ingredientes básicos dos quais elas são feitas: Estrelas, gás e poeira. A **figura 2.20** mostra uma seqüência de imagens da galáxia M81 em comprimentos de onda progressivamente maiores: (a) ultravioleta, (b) óptico, (c) infravermelho próximo e (d) ondas de rádio. Estrelas quentes se sobressaem na imagem UV. O conjunto de pontos nessa imagem são **regiões de formação estelar** (parecidas com Orion, **figura 2.4**), cada uma delas contendo muitas estrelas quentes. Note como estas estrelas traçam perfeitamente os braços espirais. O núcleo de M81 também emite radiação UV. Na imagem óptica, o **bojo** de M81, que não emite no UV, aparece claramente. Os **braços espirais** aparecem claramente, mas vê-se também que a região entre os braços espirais também contém estrelas. Como essas regiões não aparecem na imagem UV, presume-se que essas estrelas são *mais frias* do que as que vivem nos braços. A principal característica na imagem no infravermelho próximo é o bojo, que cresce em tamanho em comparação as imagens em λ 's menores. Pelo mesmo argumento usado acima, deduz-se que as estrelas do bojo são mais frias do que as do disco. De fato, as próprias cores ópticas (como F_B/F_V) indicam que o disco é mais azul que o bojo: $(F_B/F_V)_{\text{disco}} > (F_B/F_V)_{\text{bojo}}$. Se lembrarmos que as estrelas mais quentes são também as mais luminosas e mais massivas, essas imagens nos levam a conclusão de que os braços espirais contêm muito mais estrelas quentes do que outras regiões do disco e também do bojo. Por que será?

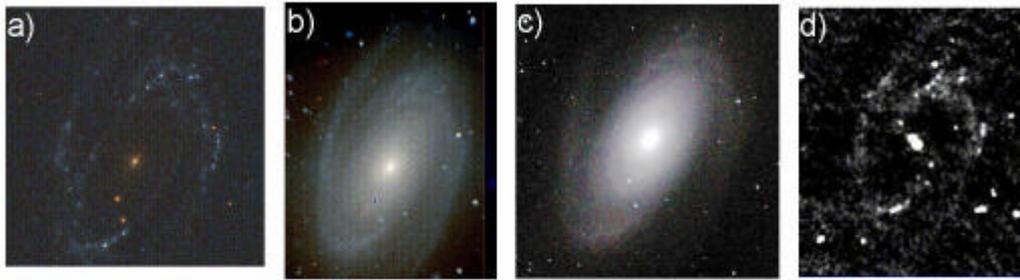


Figura 2.20 – Imagens de M81 em vários comprimentos de onda. Campo: 8,7 x 12,3 minutos de arco. (a) Ultravioleta: 1500 – 2500 Å. Nota: Os dois pontos brilhantes, ao sul do núcleo, que estragam a forma espiral da imagem UV são na verdade estrelas da nossa galáxia que por azar estão na frente de M81. (b) Óptico: composição de imagens no azul, amarelo e vermelho. (c) Infravermelho próximo: 1,2 – 2,2 μm. (d) Ondas de rádio: $\lambda = 20$ cm ($\nu = 1,5$ GHz).

A explicação é que a densidade de gás em braços espirais é maior do que em outras partes do disco de galáxias, devido à passagem de ondas de densidade de forma espiral. A compressão do gás induz a formação de estrelas. Estrelas massivas e quentes vivem pouco (alguns milhões de anos), de modo que durante suas vidas elas não se afastam muito do lugar onde nasceram, e portanto estão umbilicalmente ligadas a posição dos braços espirais da mesma forma que uma criança recém nascida não se afasta de sua mãe. A imagem em rádio (figura d) mostra a distribuição de gás denso (a “mãe” na analogia acima), do qual se formam estrelas, que também realça bem a estrutura espiral. Já estrelas de menor massa, que são mais frias, vivem mais e, com o passar do tempo, se dissociam dos braços espirais, como filhos que saem de casa ao atingir a maioridade. Isto explica porque as estrelas quentes são apenas vistas ao longo dos braços em galáxias espirais. O fato de que o bojo é mais vermelho que o disco (compare as figuras b e c) é devido ao fato de que existe pouco gás no bojo, o que significa que ele não possui mais a matéria prima para formar estrelas. Portanto, as estrelas que povoam o bojo são todas velhas, ou seja, elas nasceram muito tempo atrás. Como apenas estrelas de baixa massa e frias têm vida longa, o bojo tem uma cor vermelha.

Imagens de um mesmo objeto em diferentes λ s podem ser muito distintas, como revela o exemplo acima (veja também as **figuras 2.3** e **2.4**). Um exemplo mais dramático é dado nas **figuras 2.21** a, b e c, que mostram imagens obtidas no óptico ($\lambda = 4400$ Å), em raios-X moles ($\lambda = 75$ Å) e infra-vermelho ($\lambda = 60\mu\text{m}$) da galáxia NGC 253. A morfologia de cada uma destas imagens é tão diferente que se não soubéssemos que todas foram obtidas da mesma região do céu, dificilmente acreditaríamos que se trata da mesma galáxia! (A propósito, você é capaz de se reconhecer em uma radiografia sua?) A radiação óptica provém quase que exclusivamente das estrelas na galáxia. Vemos que se trata de uma galáxia espiral, com dois braços principais, porém altamente inclinada ($b/a = 0,25$, e portanto $i = \arccos(b/a) = 76^\circ$ – ver exercício 2.15). Já os raios-X são produzidos por gás quente, com temperaturas $T > 10^6$ K, bem mais quente do que estrelas normais. A estrutura ~ bi-cônica que se observa é devida a um “supervento galáctico”, gás que é empurrado para

cima e para baixo do disco da galáxia a velocidades de centenas a milhares de km/s pela pressão gerada por explosões de *supernovas*, que ocorrem a uma taxa alucinante no núcleo da galáxia. Cada supernova injeta 10^{44} Joules de energia cinética no meio, e a ação coletiva de muitas delas ocorrendo em um espaço “curto” de tempo ($\sim 10^7$ anos) é capaz de enviar o gás da região central da galáxia à grandes distâncias, como em uma grande explosão. A faixa escura que corta a imagem em raiosX na diagonal é na verdade o efeito de uma cortina gás frio e poeira no disco da galáxia. Este gás *absorve* os raiosX, impedindo que enxerguemos a emissão do gás quente nesta zona. Já a imagem em $60\ \mu\text{m}$ revela a emissão da poeira, que com uma temperatura da ordem de ~ 10 a 100 K, emite muito nesta faixa espectral. A faixa escura vista na imagem em raios-X é preenchida pela emissão da poeira na imagem no infravermelho. As “labaredas” para cima e para baixo do disco na imagem em $60\ \mu\text{m}$ são devidas à poeira que é carregada junto com o gás inter-estelar pelo super-vento.

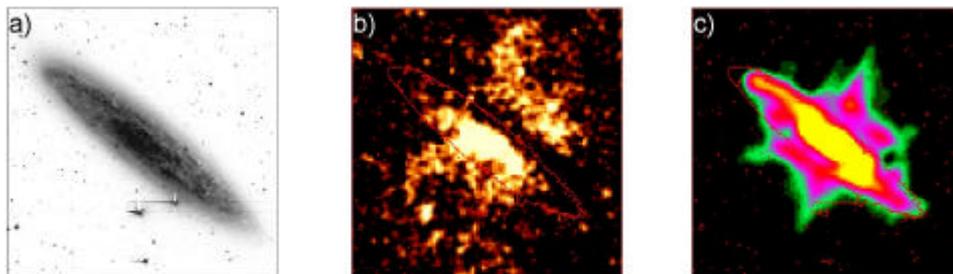


Figura 2.21 – Três imagens da galáxia NGC253. (a) Na faixa do óptico/azul, (b) raiosX moles e (c) infravermelho. Todas imagens cobrem 30 por 30 minutos de arco, que correspondem a $20\ \text{kpc} \times 20\ \text{kpc}$ à distância da galáxia ($d = 2,4\ \text{Mpc}$).

Você tem todo direito de achar que é interpretação demais para apenas algumas imagens! De fato, estas explicações envolvem conceitos de formação e evolução estelar, dinâmica de galáxias e do meio interestelar que vão bem além do que apresentamos neste capítulo. Porém, é importante frisar que esses conceitos foram desenvolvidos precisamente a partir de observações como as que apresentamos acima. Sem a inspiração dos dados, dificilmente elaboraríamos teorias sobre super-ventos galácticos. Para citar um exemplo mais conhecido, sem as observações de Hubble de que o universo está em expansão, Einstein teria provavelmente seguido acreditando que vivemos em universo estático. A interação constante entre dados e teorias é a principal característica da Astrofísica moderna, para não dizer da ciência como um todo.

Capítulo 3

Espectroscopia

O comportamento do fluxo de um objeto em função do comprimento de onda, ou seja, seu **espectro $F(\lambda)$** , contém informações acerca da sua natureza que vão muito além daquelas que podemos extrair por meio de imagens. Se todos objetos no universo irradiassem como corpos negros, seus espectros seriam Planckianas perfeitas, cujas temperaturas poderiam ser inferidas a partir de imagens em diferentes filtros (vide exercícios 2.22 e 2.23), tornando desnecessário o uso de espectrógrafos. Felizmente, a natureza não é tão simples quanto uma Planckiana. Mesmo objetos cujo espectro é globalmente bem descrito por um corpo negro, como estrelas, apresentam **linhas espectrais** em comprimentos de onda correspondentes a transições de elétrons entre níveis quânticos de energia em átomos, íons ou moléculas. A presença dessas transições em um espectro $F(\lambda)$ permite medir várias **propriedades físicas**, como **densidade**, **composição química** e **temperatura**, servindo basicamente como “impressões digitais” do objeto, o que torna seu estudo extremamente informativo. Não é exagero dizer que a espectroscopia é a ferramenta mais poderosa da astrofísica. Há quem diga que “uma imagem vale 1000 palavras, mas um espectro vale 1000 imagens”!

Para detectar linhas espectrais precisamos examinar $F(\lambda)$ com uma “lupa” em comprimento de onda, isto é, em passos pequenos de λ , já que, por estarem associadas a transições entre níveis quantizados de energia, linhas espectrais ocorrem em intervalos muito pequenos ao redor do λ da transição. Em princípio poderíamos construir o espectro $F(\lambda)$ de um objeto tirando muitas imagens com filtros de largura $\Delta\lambda$ bem estreitos centrados em diferentes λ s. Isto, contudo, é muito menos prático (para não falar nas dificuldades técnicas em construir tais filtros) do que fazer o feixe de luz incidir sobre um espectrógrafo e registrar $F(\lambda)$ diretamente (**figura 1.3**). Ao invés de registrar o fluxo proveniente de diferentes regiões de um objeto, como quando tiramos uma imagem, um espectrógrafo geralmente seleciona um pedaço da imagem que se forma no plano focal (por exemplo, o núcleo de uma galáxia, ou a estrela mais brilhante do campo) e extrai o espectro correspondente a essa região. Perde-se, portanto, a informação morfológica, mas ganha-se a informação espectral. O ideal seria combinar os dois tipos de informação. De fato, existem instrumentos que fazem precisamente isso: registrar o espectro para diferentes partes de uma imagem. Nesta seção nos concentraremos na informação física que se pode extrair a partir de espectros de objetos astronômicos, deixando de lado tais aspectos tecnológicos.

----- QUADRO XI: Resolução espectral -----

Assim como o grau de detalhes exibido em uma imagem depende da resolução angular (seção 2.3.2), o grau de detalhe em um espectro $F(\lambda)$ é ditado por sua **resolução espectral $\Delta\lambda$** , que depende das características do espectrógrafo. Se o espectrógrafo usa uma **rede de**

difração, $\Delta\lambda$ será tanto menor quanto mais linhas por milímetro a rede possuir. Assim como a resolução angular limita nossa capacidade de distinguir objetos espacialmente próximos, a resolução espectral limita nossa capacidade de distinguir linhas espectrais adjacentes.

3.1 – ESPECTRO CONTÍNUO, LINHAS DE EMISSÃO E ABSORÇÃO: As Leis de Kirchoff

Espectros podem ser caracterizados em termos de três componentes básicas: **linhas de emissão**, **linhas de absorção** e **espectro contínuo**. Nesta seção descrevemos estas três componentes, como, onde e porque elas são vistas em objetos astronômicos. As condições sob as quais estas componentes se produzem são bem descritas por 3 regras deduzidas a partir de experimentos de laboratório conduzidos pelo físico alemão Gustav Kirchoff no século XIX:

- **1ª Lei** – Gases densos e quentes, sólidos e líquidos emitem um espectro contínuo. (Exemplos: lâmpadas incandescentes, estrelas).
- **2ª Lei** – Gases transparentes (rarefeitos) e quentes produzem um espectro com linhas de emissão, cujos λ s dependem da composição química do gás. (Exemplos: lâmpada de Neon, nebulosa planetária).
- **3ª Lei** – Se o espectro contínuo de um gás denso e quente atravessa um gás transparente, rarefeito e de menor temperatura, linhas escuras (de absorção) aparecem superpostas ao espectro contínuo. Os λ s dessas linhas dependem da composição química do gás frio. (Exemplos: a atmosfera da Terra vista contra o Sol, o meio interestelar visto contra uma estrela brilhante).

A **figura 3.1** ilustra esquematicamente estas regras.

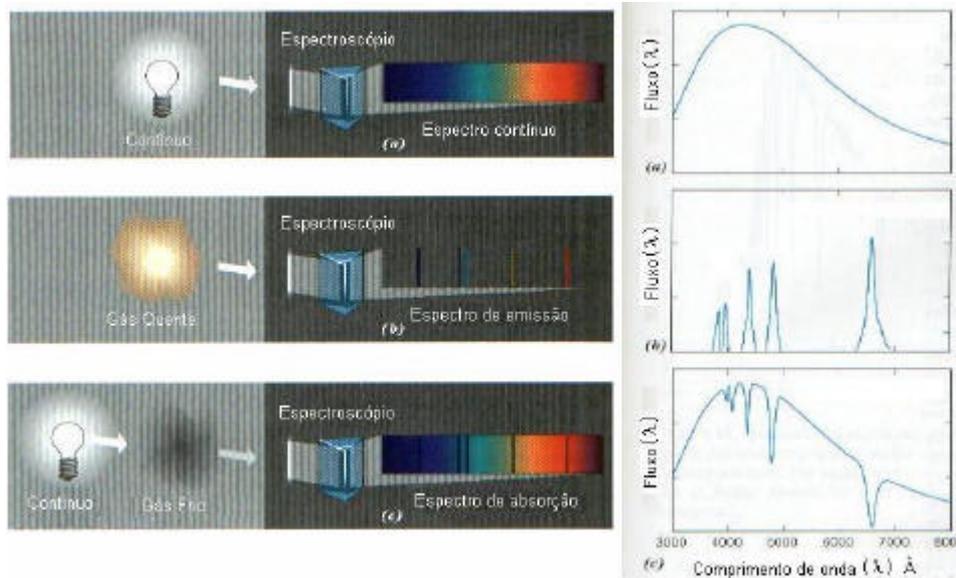


Figura 3.1 – As Leis de Kirchoff. De cima para baixo: 1^a, 2^a e 3^a lei. A lâmpada representa um gás quente e denso, que, segundo a 1^a lei, emite um espectro contínuo. A nuvem de gás quente no painel do meio tem densidade baixa, e portanto emite um espectro de linhas de emissão (2^a lei). Igualmente, a nuvem de gás frio na figura de baixo tem baixa densidade, o que causa as linhas de absorção sobre o espectro contínuo que a atravessa (3^a lei). Na figura da esquerda os espectros são apresentados tal qual seriam vistos através de um prisma, com linhas brilhantes (emissão) ou escuras (absorção). A forma mais comum de apresentar um espectro é em um gráfico de $F(\lambda)$ contra λ , tal qual ilustrado nos painéis à direita.

3.1.1 – A Física por trás das regras de Kirchoff

Em termos gerais, um **espectro contínuo** consiste de um espectro sem linhas espectrais, de modo que $F(\lambda)$ é uma função suave de λ , sem discontinuidades. O principal exemplo de um espectro contínuo é um espectro de tipo corpo negro, que corresponde à radiação emitida por um corpo em equilíbrio termodinâmico. Como estrelas são nada mais que um punhado de gás quente e denso, a 1^a regra de Kirchoff nos diz que elas devem exibir um espectro contínuo. De fato, em uma primeira aproximação, o espectro de estrelas é razoavelmente bem descrito por uma função de Planck. Na prática, como estrelas consistem de um núcleo quente rodeado por uma atmosfera mais fria, espectros estelares apresentam linhas de absorção, tal qual descrito pela 3^a regra.

A **figura 3.2** mostra o espectro do Sol entre 3500 e 10000 Å, ao qual está superposto uma Planckiana de $T = 5800$ K, que, apesar de descrever razoavelmente bem a forma geral do

espectro, não explica as muitas linhas de absorção presentes no espectro. O fluxo que vemos em linhas de absorção provém de camadas mais externas e frias do Sol, enquanto que o contínuo provém de regiões mais internas e quentes. Isto é, em diferentes λ s vemos a radiação proveniente de zonas com *diferentes temperaturas*, o que explica porque o espectro observado não é exatamente o de um corpo negro. Este fato suscita a seguinte pergunta: Como então podemos medir a temperatura de estrelas?

Na prática, define-se a **temperatura efetiva** de uma estrela como a temperatura de um corpo negro que emite a mesma luminosidade total. Podemos obter T_{ef} a partir a **Lei de Stefan-Boltzmann**:

$$L = \int L(\lambda) d\lambda = 4\pi R^2 \sigma_{SB} T_{ef}^4$$

onde $\sigma_{SB} = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ é a constante de Stefan-Boltzmann. A luminosidade total L é também chamada de **luminosidade bolométrica**. Sendo a luminosidade bolométrica do Sol $L_{\odot} = 3,9 \times 10^{26} \text{ W}$ e seu raio $R = 6,96 \times 10^8 \text{ m}$, obtemos que sua temperatura efetiva é $T_{ef} = (L / 4\pi R^2 \sigma_{SB})^{1/4} = 5799 \text{ K}$. Segundo a **Lei de Wien**, um corpo negro a esta temperatura tem seu pico de radiação em $\lambda_{max} = 0,0029 \text{ m K} / 5799 \text{ K} \sim 5000 \text{ \AA}$, em bom acordo com o que se vê na **figura 3.2**.

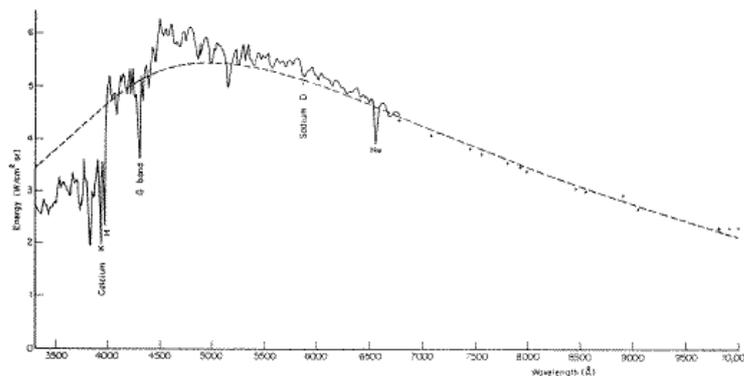


Figura 3.2 - Espectro do Sol na região do óptico. Note as muitas linhas de absorção, as “linhas escuras” primeiramente identificadas por Fraunhofer em 1814. Os pontos a partir de $\lambda > 7000 \text{ \AA}$ foram obtidos com uma resolução espectral $\Delta\lambda$ bem pior que os demais. A curva suave é um corpo negro de $T = 5800 \text{ K}$.

EXERCÍCIO 3.1: Como vimos no exercício 2.6, a estrela Sírius A possui uma luminosidade de bolométrica $L = \int L(\lambda) d\lambda = 8 \times 10^{27} \text{ W} = 20 L_{\odot}$. Analisando a forma de seu espectro concluímos que sua temperatura efetiva é de $\sim 9400 \text{ K}$. Calcule o raio de Sírius A usando a lei de Stefan-Boltzmann. Expresse o resultado em unidades do raio do Sol, $R_{\odot} = 6,96 \times 10^8 \text{ m}$. Essa combinação de medidas de L e T_{ef} é uma das principais maneiras de determinar o *raio de estrelas*.

EXERCÍCIO 3.2: A estrela Sírius B tem um brilho ~ 700 vezes menor que o de Sírius A, e sua temperatura é de 24000 K. Use estas informações para calcular o raio de Sírius B. (Não se assuste se o resultado for da ordem de grandeza do raio da Terra. Afinal de contas, Sírius B é uma **anã branca**.)

----- **QUADRO XII: Unidade de F(l)** -----

Até aqui, nossa definição de fluxo era tal que sua unidade era $[F] = \text{J s}^{-1} \text{m}^{-2} = \text{W m}^{-2}$. Já um **espectro** $F(\lambda)$ é descrito em unidades de energia (J) por unidade de área (m^2) por unidade de tempo (s) **por unidade de l** (Å), ou seja $[F(\lambda)] = \text{W m}^{-2} \text{Å}^{-1}$. Assim, $F(\lambda) d\lambda$ mede quantos Joules devidos à fótons com comprimento de onda entre λ e $\lambda + d\lambda$ cruzam uma área de 1m^2 durante 1 segundo. Para obter o fluxo em um certo intervalo de λ_1 a λ_2 basta integrar $F(\lambda) d\lambda$ entre λ_1 e λ_2 . Por exemplo, imagens de uma estrela na banda B nos fornecem o fluxo $F_B = \int F(\lambda) d\lambda$, cuja unidade é W m^{-2} . A rigor, $F(\lambda)$ deveria ser chamado de **densidade de fluxo**, mas, por preguiça, freqüentemente o chamamos apenas de “fluxo” ou “espectro”. As mesmas considerações se aplicam a $L(\lambda)$, o espectro de luminosidade, cujas unidades são $\text{J s}^{-1} \text{Å}^{-1}$. O fluxo e luminosidade total (bolométrica) são dados pelas integrais $\int F(\lambda) d\lambda$ e $\int L(\lambda) d\lambda$ de $\lambda = 0$ até ∞ . Um espectro pode igualmente ser representado em termos da freqüência ($\nu = c/\lambda$) ou energia ($E = h\nu = hc/\lambda$) dos fótons. As unidades nesses casos seriam $[F(\nu)] = \text{W m}^{-2} \text{Hz}^{-1}$ e $[F(E)] = \text{W m}^{-2} \text{eV}^{-1}$, respectivamente.

Linhas de absorção se formam quando um fóton de energia $h\nu$ incide sobre um átomo e eleva um de seus elétrons para um nível de energia mais alto. Como os níveis de energia são *quantizados*, esta **excitação-radiativa** só ocorre para alguns valores de $h\nu$. No átomo de hidrogênio (H), a diferença de energia entre dois níveis com números quânticos principais n e m satisfaz a **regra de Rydberg**:

$$\Delta E_{nm} = E_n - E_m = 13,6 \text{ eV} (n^{-2} - m^{-2})$$

Para levar um elétron no estado fundamental $n=1$ para o “segundo andar” do átomo de H ($m=2$) são necessários $13,6 (1^{-2} - 2^{-2}) = 10,2 \text{ eV}$, o que corresponde a um fóton com $\lambda = hc/\Delta E_{12} = 1216 \text{ Å}$ (a linha α da série de Lyman). Para elevar o elétron ao nível $m=3$ seriam necessários $12,1 \text{ eV}$, ou $\lambda = 1026 \text{ Å}$ (Lyman β), e assim por diante (ver **figura 3.3**). Um fóton de, digamos, $\lambda = 1100 \text{ Å}$, não leva o elétron a lugar nenhum, pois não existe um nível de energia $11,3 \text{ eV}$ acima do estado fundamental. A excitação radiativa é um processo análogo ao de ressonância em uma corda de violão, que possui um conjunto discreto de freqüências ressonantes (os harmônicos). Aliás, esta analogia é a base do **modelo de Bohr** para o átomo. O processo de excitação radiativa também pode ser esquematicamente descrito como uma “reação” fóton + átomo \Rightarrow átomo excitado, tal qual ilustrado na **figura 3.4**. Transições eletrônicas entre estados de energia de um átomo são chamadas de **transições ligado-ligado**. Na maioria dos exemplos abaixo usaremos o átomo de H, pois

sua estrutura atômica é relativamente simples. Apenas a título de ilustração, a **figura 3.5** mostra um diagrama com algumas das transições para o íon Ca^+ . Em geral, quanto maior é o número atômico, mais complexa é a estrutura de níveis.

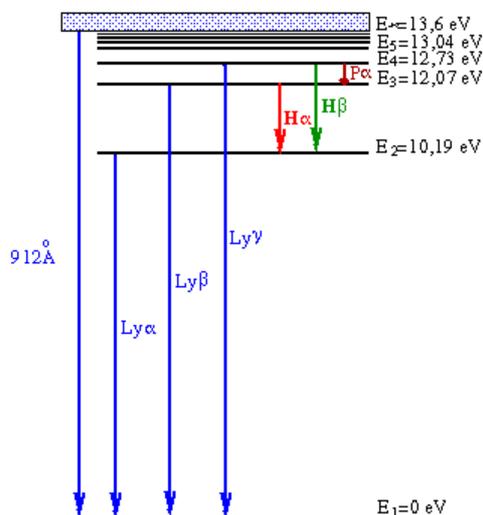


Figura 3.3 – Diagrama dos níveis de energia do átomo de Hidrogênio. Algumas das transições entre níveis estão indicadas com os comprimentos de onda correspondentes.

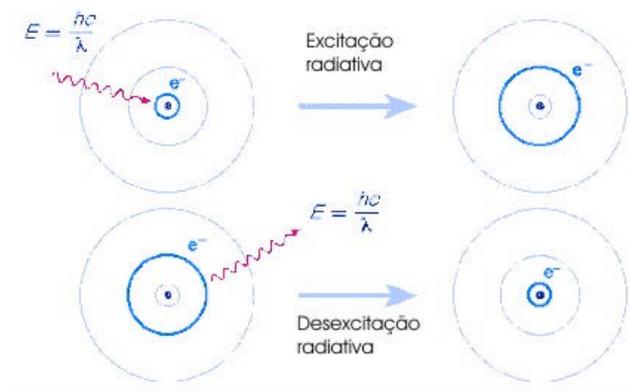


Figura 3.4 – Foto-excitação e desexcitação radiativa. Um fóton com a energia certa pode levar um elétron de um nível de energia a outro mais alto em um átomo. Um elétron pode pular para um nível de energia mais interno em um átomo (desde que haja “espaço livre no andar de baixo”, ou seja, desde que não se viole o **princípio da exclusão**), liberando um fóton.

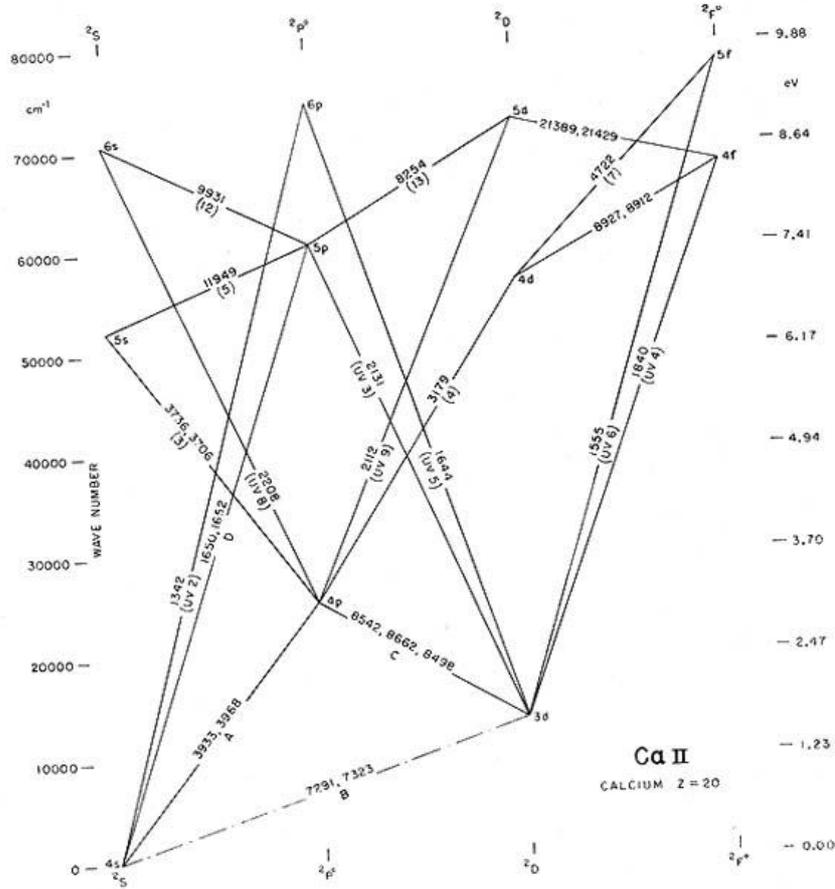


Figura 3.5 – Diagrama ilustrando alguns dos níveis de energia do íon do Cálcio uma vez ionizado. Cada reta conectando dois estados corresponde a uma transição eletrônica, que pode ser vista em absorção ou emissão.

Imagine uma estrela quente que emite como um corpo negro, e que em algum ponto do caminho entre a estrela e nós, existe uma nuvem fria, com átomos de H no estado fundamental, tal qual esquematizado na **figura 3.6**. Ao atravessar a nuvem, fótons com $\lambda = 1216 \text{ \AA}$ oriundos da estrela serão **absorvidos** pelos átomos de H, que usarão esta energia incidente para levar seus elétrons do nível 1 para o nível 2. Fótons com uns poucos \AA a mais ou a menos que este valor não serão absorvidos, e atravessarão a nuvem ilesos. Assim como acontece com Lyman α , fótons com energia $h\nu = E_1 - E_m = 13,6 \text{ eV} (1^{-2} - m^{-2})$ serão absorvidos pela nuvem. Sem a nuvem no meio do caminho, o espectro que detectaríamos na Terra seria o de um corpo negro, isto é, um espectro contínuo. Com a nuvem, o espectro será o de um corpo negro exceto nos λ 's da série de Lyman, nos quais o fluxo será bem menor do que o do corpo negro devido à absorção pela nuvem. Esta é a explicação quântica por trás da 3^a regra de Kirchoff.

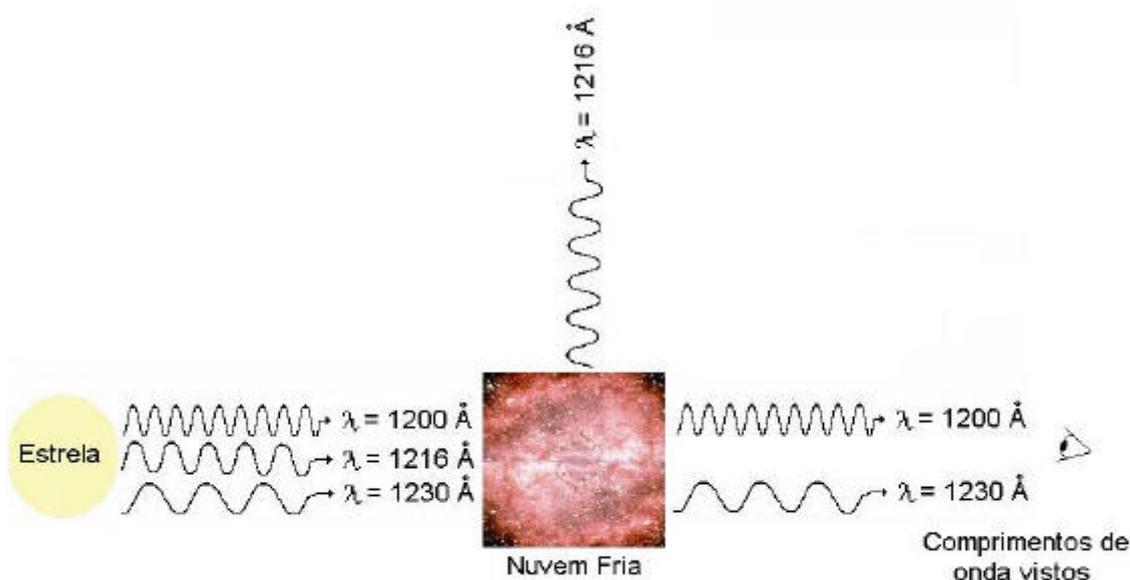


Figura 3.6 – Quando observamos uma estrela através de uma nuvem fria, átomos da nuvem produzem linhas de absorção que se sobrepõem ao espectro da estrela. No exemplo acima, a nuvem tem átomos de H no seu estado fundamental ($n = 1$). Fótons que saem da estrela com $\lambda = 1216 \text{ \AA}$ são “comidos” pela nuvem, que os usa para excitar o H ao nível $n = 2$. Fótons com λ ligeiramente diferente podem atravessar a nuvem sem serem absorvidos. Átomos excitados ao nível $n = 2$ eventualmente voltam para $n = 1$ emitindo fótons de $\lambda = 1216 \text{ \AA}$, mas em *qualquer direção* (Linhas de absorção são também produzidas na própria atmosfera da estrela).

Esta explicação pode ser adaptada para entender porque espectros de estrelas apresentam linhas de absorção mesmo sem a presença de nuvens na linha de visada. Em uma estrela, tanto a temperatura como a densidade caem de dentro para fora, de modo que podemos considerá-las como um núcleo quente rodeado por uma atmosfera fria. Esta atmosfera mais rarefeita e fria que o núcleo faz o papel da nuvem na **figura 3.6**. As linhas de absorção se formam na atmosfera, enquanto que o contínuo provém das regiões mais internas e mais quentes, como no caso do Sol, discutido acima.

Tanto no caso de uma atmosfera estelar como para uma nuvem entre uma estrela nós, é intuitivamente óbvio que uma linha de absorção será tanto mais profunda quanto mais átomos existirem no estado inferior da transição. Por exemplo, quanto mais átomos de H existirem no nível $n = 1$, mais fótons serão absorvidos na série de Lyman; quanto mais átomos existirem em $n = 2$, mais profundas serão as linhas de Balmer, e assim por diante. O mesmo se aplica a todos outros elementos químicos, com suas transições em outros λ 's. Este simples fato nos permite inverter o problema, isto é, calcular quantos átomos de um certo elemento existem a partir da medida da **profundidade** de suas linhas de absorção em

um espectro. Para ser mais preciso, a quantidade de absorção é matematicamente quantificada por quanto fluxo do contínuo é comido pela linha.

É assim que astrônomos estudam a **composição química** dos astros! Por exemplo, analisando as linhas no espectro do Sol (**figura 3.2**), chegamos à conclusão que 90% de seus átomos são de H, 9% são átomos de He e 1% são elementos mais pesados, que astrônomos *erradamente* chamam de **metais**. (A quantidade de “metais” é chamada de **metallicidade**.) Dentre os “metais”, o Oxigênio é o mais abundante, com um átomo de O para cada 1200 átomos de H. A composição química do Sol está resumida na tabela abaixo. Na verdade, essa é a composição das *camadas externas* do Sol, pois é daí que vem a radiação que observamos. Em seu núcleo quente ($\sim 10^7$ K) e denso, o Sol está transformando H e He pelo processo de **fusão nuclear**, o que altera dramaticamente sua composição química interna. Quando todo H do núcleo for queimado, começará a queima do He em Carbono e Oxigênio, e assim por diante. Apenas no *final da vida* de uma estrela esses produtos se tornam visíveis, quando ela explode como uma **supernova**, ou então ejeta parte de sua massa, criando uma **nebulosa planetária** (que será o caso do Sol).

TABELA II – Abundâncias de alguns elementos químicos na superfície do Sol, expressas em relação à quantidade de Hidrogênio

Elemento	Símbolo	Número Atômico	Abundância X/H
Hélio	He	2	$9,77 \times 10^{-2}$
Lítio	Li	3	$1,44 \times 10^{-11}$
Berílio	Be	4	$1,41 \times 10^{-11}$
Boro	B	5	$3,98 \times 10^{-10}$
Carbono	C	6	$3,63 \times 10^{-4}$
Nitrogênio	N	7	$1,12 \times 10^{-4}$
Oxigênio	O	8	$8,51 \times 10^{-4}$
Flúor	F	9	$3,60 \times 10^{-8}$
Neon	Ne	10	$1,23 \times 10^{-4}$
Sódio	Na	11	$2,13 \times 10^{-6}$
Magnésio	Mg	12	$3,80 \times 10^{-5}$
Alumínio	Al	13	$2,95 \times 10^{-6}$
Silício	Si	14	$3,55 \times 10^{-5}$
Fósforo	P	15	$2,81 \times 10^{-7}$
Ferro	Fe	26	$3,47 \times 10^{-5}$
Cobre	Cu	29	$1,60 \times 10^{-8}$
Zinco	Zn	30	$3,9 \times 10^{-8}$
Molibdênio	Mo	42	$8,32 \times 10^{-11}$
Praseodímio	Pr	59	$5,13 \times 10^{-12}$
Ouro	Au	79	$1,02 \times 10^{-11}$

----- **QUADRO XIII: Composição Química: Terra x Sol** -----

Apenas uma pequena parte da massa da Terra está contida em átomos (moléculas ou íons) de H, enquanto que no Sol, assim como no universo como um todo, o H é disparado o elemento mais abundante, com 70% da massa, o que equivale a 90% dos átomos. Porém, Sol, Terra e demais planetas certamente se formaram a partir da contração da mesma nuvem mãe. Sendo assim, por que a Terra possui muito menos H que o Sol?

Uma das causas para esta diferença é a “evaporação” dos elementos mais leves. Átomos ou moléculas na atmosfera terrestre se encontram em equilíbrio, com uma temperatura $T \sim 300$ K. Sendo o H o elemento de menor massa, ele é o que possui *maiores velocidades*, pois em equilíbrio termodinâmico todas partículas do gás possuem a mesma energia cinética média $\langle \epsilon \rangle = 3/2 kT = \langle 1/2 m v^2 \rangle$. Para uma molécula de H_2 e $T = 300$ K, a velocidade média é de 2 km s^{-1} . Na distribuição de Maxwell-Boltzmann de energia cinéticas, algumas partículas possuem altas energias, substancialmente maiores do que $\langle \epsilon \rangle$. Dentre essas, as moléculas de H_2 são as que terão as maiores velocidades. Algumas dessas moléculas velozes terão velocidade maior que a **velocidade de escape**, $v_{\text{esc}} = (2 G M_T / R_T)^{1/2} = 11,2 \text{ km s}^{-1}$, e podem escapar do campo gravitacional da Terra para o espaço. Obviamente, escaparão mais partículas leves do que pesadas, o que explica porque a Terra é tão pobre em H com respeito ao Sol: Nosso planeta não é suficientemente “forte” para reter gravitacionalmente as moléculas mais velozes. Já a velocidade de escape na superfície do Sol é de $v_{\text{esc}} = (2 G M_{\odot} / R_{\odot})^{1/2} = 618 \text{ km s}^{-1}$, o suficiente para segurar o H, mesmo considerando que lá a velocidade média de um átomo de H é $(3 k T / m_H)^{1/2} = 12 \text{ km s}^{-1}$.

Além de linhas de absorção de diversos elementos químicos, espectros estelares frequentemente exibem uma profunda *descontinuidade* em $\lambda = 912 \text{ \AA}$, que corresponde a uma energia de 13,6 eV. Isto ocorre porque fótons com $h\nu \geq 13,6 \text{ eV}$ são capazes de arrancar o elétron do H, ionizando-o, processo conhecido como **foto-ionização**. O efeito é o mesmo que em linhas de absorção, exceto que ocorre para uma grande faixa de energias: A nuvem (ou a atmosfera estelar) absorve todos fótons com $\lambda \leq 912 \text{ \AA}$, de modo que a absorção tem a forma de uma descontinuidade no espectro, com $F(\lambda < 912 \text{ \AA}) \ll F(\lambda > 912 \text{ \AA})$. Descontinuidades análogas associadas à ionização de outros elementos (como o Hélio), ou mesmo do H a partir de níveis $n > 1$ também ocorrem, dependendo da temperatura. A foto-ionização, bem como o processo inverso, a **recombinação**, são exemplos de **transições ligado-livre**.

Linhas de emissão se formam pelo processo inverso ao que dá origem a linhas de absorção, ou seja, pela “reação” átomo excitado \Rightarrow átomo + fóton (ver **figura 3.4**). Imagine um átomo de H cujo elétron esteja no nível $n = 4$. Este não é, obviamente, seu estado de menor energia. Seguindo a tendência natural de sistemas físicos, esse átomo tende a decair a seu estado de menor energia. Existem vários caminhos possíveis entre $n = 4$ e $n = 1$. Um deles consiste do elétron despencar diretamente do “4º andar” para o 1º, em cujo caso um fóton de energia $E = E_4 - E_1 = 13,6 / (1^2 - 4^2) = 12,8 \text{ eV}$ será liberado, produzindo a linha γ da série de Lyman ($\lambda = 973 \text{ \AA}$). Este processo é chamado de **desexcitação radiativa**.

Outros caminhos possíveis para o elétron decair emitindo fótons são: 4-3 (produzindo um fóton com $\lambda = 18756 \text{ \AA}$; a linha Paschen α) seguido de 3-1 ($\lambda = 1026 \text{ \AA}$; Lyman β), 4-2 ($\lambda = 4861 \text{ \AA}$; a linha Balmer β , ou simplesmente H β) seguido de 2-1 ($\lambda = 1216 \text{ \AA}$; Lyman α) ou, finalmente, 4-3 seguido de 3-2 ($\lambda = 6563 \text{ \AA}$, H α) e 2-1 ($\lambda = 1216 \text{ \AA}$, Lyman α). Em uma coleção de átomos nesta situação, alguns elétrons decaem pelo primeiro caminho, outros pelo segundo, etc., de acordo com as **probabilidades** associadas a cada transição. Essas probabilidades estão diretamente relacionadas às **seções de choque** que podemos calcular por meio da **mecânica quântica**.

O que veríamos se apontássemos um telescópio equipado com um espectrógrafo para uma nuvem de H nestas condições? Veríamos fótons saindo com λ s correspondentes às transições 4-3, 4-2, 4-1, 3-2, 3-1 e 2-1 ($\lambda = 18756, 4861, 973, 6563, 1026, 1216 \text{ \AA}$ respectivamente). Além destas, outras transições do H seriam observadas se níveis acima de $n = 4$ forem excitados. A quantização dos níveis de energia do átomo de H o impede de produzir fótons com qualquer energia, de modo que nenhuma emissão seria detectada em outros λ 's. O espectro $F(\lambda)$ observado portanto revelaria um conjunto de **linhas de emissão**, tal qual enunciado na 2ª regra de Kirchoff.

EXERCÍCIO 3.3: Desenhe um diagrama de níveis de energia para o átomo de H de $n = 1$ até $n = 4$. A partir do nível $n = 4$, trace todos caminhos possíveis para um elétron chegar em $n = 1$. Quantos caminhos existem? Para um conjunto de 600 átomos originalmente no nível $n = 4$, e supondo que todas transições são igualmente prováveis (o que não é correto), calcule quantos fótons serão produzidos em cada transição, isto é, calcule quantas transições 4-3 ocorrerão, quantas transições 4-2 e assim por diante. Repita o exercício para 5 níveis.

A **figura 3.7** mostra um pedaço pequeno (entre 4300 e 4800 \AA) dos espectros ópticos das nebulosas planetárias NGC 7009 e NGC 6826, cujas imagens estão ao lado. Ambas nebulosas circundam estrelas anãs brancas quentes ($\sim 40000 \text{ K}$ ou mais). Em objetos como esses, o gás da nebulosa é ionizado e aquecido pela radiação proveniente da estrela central. O espectro da nebulosa apresenta uma grande quantidade de linhas de emissão, produzidas por vários átomos e íons. A intensidade de cada linha depende de quantos átomos/íons daquele tipo existem. Por exemplo, quanto mais átomos de Argônio existirem, mais íons de Ar^{++} existirão e maior será a intensidade da linha em $\lambda = 4738 \text{ \AA}$ produzida por este íon, visível no espectro de NGC 7009 acima. Assim como no caso de linhas de absorção, o espectro de emissão está intimamente ligado à **composição química** do objeto. No caso da nebulosa planetária NGC 7009, a análise de suas linhas de emissão nos leva a concluir que para cada átomo de oxigênio existem 3700 de H, o que em geral se escreve $\text{O/H} = 2,7 \times 10^{-4}$. Nesta notação as abundâncias de, por exemplo, neônio e enxofre são $\text{Ne/H} = 7,6 \times 10^{-5}$ e $\text{S/H} = 6,3 \times 10^{-6}$. Já NGC 6826 é mais evoluída quimicamente, com abundâncias $\text{O/H} = 6,9 \times 10^{-4}$, $\text{Ne/H} = 1,3 \times 10^{-5}$ e $\text{S/H} = 1,0 \times 10^{-5}$. A análise espectral funciona como um “exame de sangue” da nebulosa, com a diferença que não podemos coletar o sangue e analisá-lo sob um microscópio, mas apenas observá-lo de longe. Não é

impressionante que possamos obter este tipo de informação tão detalhada para astros que se encontram a distâncias (literalmente) astronômicas?

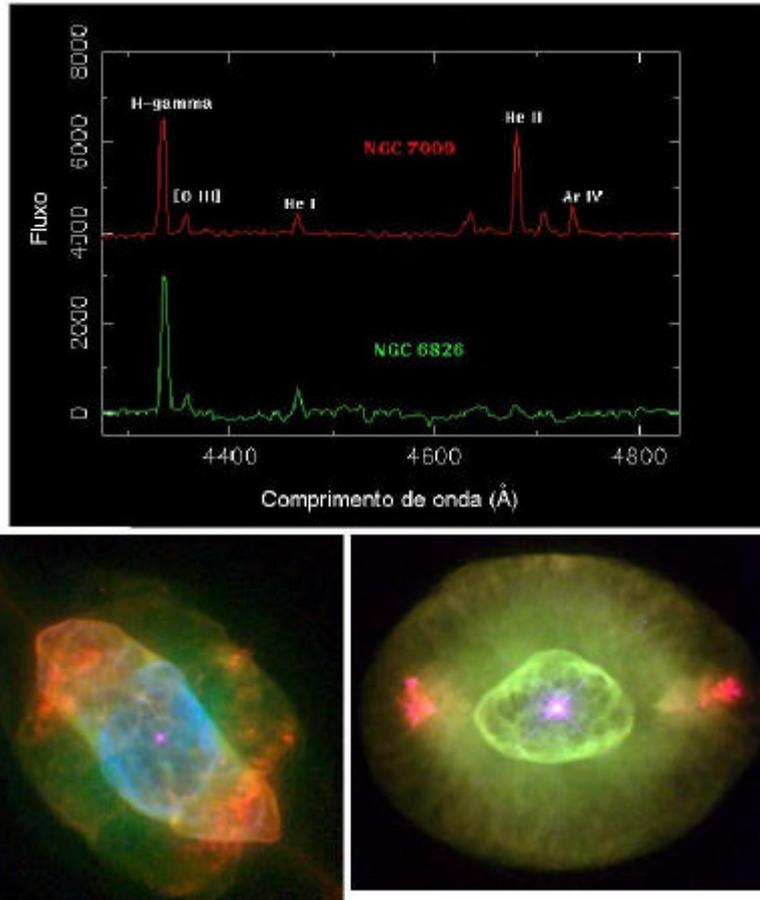


Figura 3.7 - Porções ampliadas dos espectros ópticos das nebulosas planetárias NGC 7009 e NGC 6826 e suas imagens, obtidas com o telescópio espacial Hubble.

3.1 2 – Quando se detecta absorção e quando se detecta emissão?

O leitor atento deve ter percebido uma aparente contradição nas explicações acima de quando se formam linhas de absorção e quando se formam linhas de emissão. Se uma nuvem com átomos excitados produz linhas de emissão, por que é que a nuvem da **figura 3.6a**, que intercepta a luz proveniente de uma estrela, produz linhas de absorção? Afinal de contas, os átomos de H da nuvem fria que são excitados pela radiação incidente deveriam se desexcitar radiativamente, emitindo precisamente os mesmos fótons que absorvem! Por exemplo, um átomo de H que está no nível $n = 2$ após absorver um fóton de $\lambda = 1216 \text{ \AA}$ deve muito rapidamente decair para o nível $n = 1$, liberando um fóton também com $\lambda = 1216 \text{ \AA}$, idêntico ao que absorveu.

A nuvem que produz linhas absorção deve, portanto, também produzir linhas de emissão! Ocorre que o fóton liberado na desexcitação pode ser emitido em *qualquer direção*. Apenas uma fração ínfima dos fótons assim produzidos terá a mesma direção da radiação incidente. Já os fótons da estrela que chegam à nuvem têm todos a mesma direção; eles chegariam incólumes à Terra não fosse sua interação com a nuvem. A nuvem age como um tenista ruim, que rebate as bolas que vêm do outro lado da quadra para qualquer lado. Mais que isso, o tenista, que cumpre o papel do átomo de H, rebate apenas *algumas* bolas (fótons), as que têm energia igual a um dos ΔE_{nm} 's admitidos pela estrutura atômica do H. Quem estiver *atrás* deste tenista desqualificado receberá todas bolas com energia $E = hv \neq \Delta E_{nm}$, mas poucas bolas com energia igual a umas das energias ressonantes ΔE_{nm} . Em outras palavras, espectadores *atrás* desse tenista verão linhas de **absorção** sobre um espectro **contínuo**.

Mas e os outros espectadores? Ao contrário dos que estão atrás do tenista maluco, os espectadores sentados em outras posições jamais serão atingidos pelas bolas sacadas pelo tenista do outro lado da quadra (a estrela), já que elas não são enviadas em suas direções. Eles não vêem o espectro **contínuo** emitido pela estrela, pois não estão olhando para ela, e sim para a nuvem. Em compensação, de vez em quando recebem uma bolada com energia ΔE_{nm} , rebatida pela nuvem, isto é, pelo tenista maluco. Ou seja, espectadores em outras posições vêem um espectro com linhas de **emissão**.

A **figura 3.8** ilustra a geometria desta partida de tênis cósmica. Se observarmos uma estrela *através* de uma nuvem, vemos um espectro de absorção. Já se observamos a mesma nuvem de um ângulo diferente, *sem a estrela por trás*, vemos apenas a emissão da nuvem. Não havendo nenhuma estrela por trás da nuvem nesta direção, ela não poderia produzir um espectro de absorção pelo simples fato de que não haveria do que absorver!

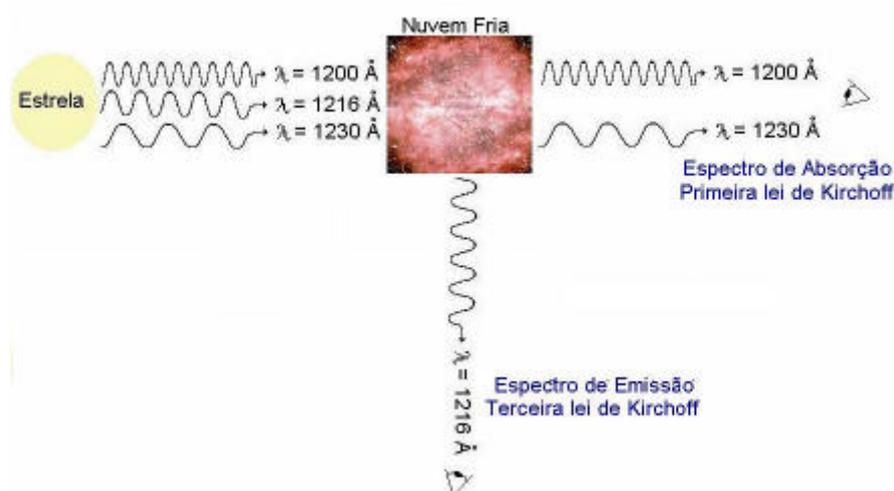


Figura 3.8 – Segundo a 3ª Lei de Kirchhoff, um observador que vê uma estrela através de uma nuvem fria vê linhas de absorção sobre um espectro contínuo, como já ilustrado na **figura 3.6**. Já um outro observador que olha para a nuvem de um outro ângulo (sem a estrela por trás) vê a emissão da nuvem (2ª Lei de Kirchhoff). No caso da figura, esse

observador vê tanto a radiação intrinsecamente produzida na nuvem como fótons que vieram da estrela, excitaram um átomo da nuvem e foram “recriados” na desexcitação, como se os fótons estelares tivessem sido rebatidos pela nuvem.

O leitor *muito atento* talvez tenha percebido outra aparente contradição. No exemplo da nebulosa planetária, apresentado acima (**figura 3.7**), tem-se uma estrela rodeada por um nuvem. Porém, ela exibe um espectro de emissão, enquanto, segundo a 3ª regra de Kirchoff, deveríamos observar um espectro de absorção! Certo?

Sim e não! Acontece que *a nebulosa é muito maior do que a estrela!* Projetada no céu, a anã branca central compreende um ângulo minúsculo, enquanto a nebulosa, como se vê na figura, é muito mais extensa. A geometria é, portanto, uma mistura das duas geometrias ilustradas na **figura 3.8**, de modo que o espectro deve ser uma mistura de uma componente de absorção com outra de emissão. A componente de absorção, porém, corresponde apenas à parte da nebulosa que está diretamente *em frente* da estrela, o que corresponde a uma fração ínfima da área total da nebulosa. Já a emissão provém de *toda* extensão da nebulosa, sendo, portanto, muito mais intensa que a absorção. Ou seja, na soma das componentes de absorção e emissão, a emissão ganha disparado. Para observar a componente de absorção seria necessário captar apenas a luz proveniente do pedaço do céu correspondente ao tamanho da estrela no céu, impedindo que a luz da nebulosa ao redor da estrela entre no espectrógrafo. Isolar um feixe tão estreito de luz é impossível, tanto por dificuldades tecnológicas como pelos efeitos de “seeing” atmosférico. Desse modo, toda luz da nebulosa entra no detector, o que faz com que o espectro observado seja dominado por linhas de emissão.

Estes efeitos geométricos também ocorrem em atmosferas estelares, que exibem espectros de absorção. Nesse caso, porém a absorção ganha da emissão, pois a atmosfera é na verdade uma casca esférica fina, de espessura ΔR muito menor que o raio R da estrela, de modo que na soma de absorção + emissão a componente de absorção é quem ganha.

EXERCÍCIO 3.4: Nebulosas Planetárias freqüentemente apresentam a forma de anel, como é o caso da Nebulosa do Anel, ilustrada na **figura 3.9**. Apesar dessa aparência, sua estrutura tri-dimensional é na verdade a de uma *casca esférica* . Você tem alguma idéia de como é possível distinguir entre um anel e uma casca esférica a partir da imagem de uma nebulosa? O esquema à direita na figura **figura 3.9** dá uma idéia de como isso pode ser feito. (A idéia básica é analisar quanta luz provém de cada região da nebulosa.)

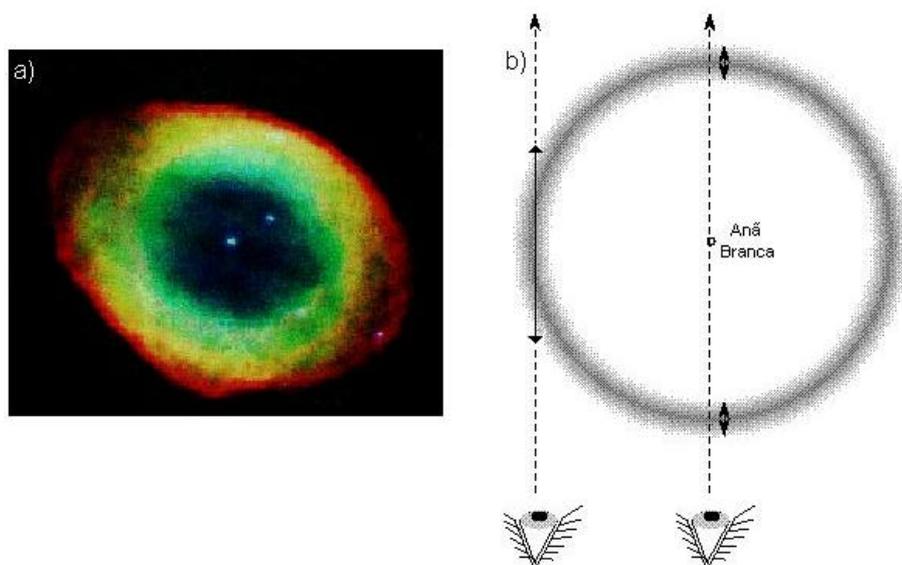


Figura 3.9 – Exercício 3.4.

3.1.3 – O papel da densidade

Em toda essa discussão assumimos implicitamente que a nuvem é rarefeita, isto é, tem uma *densidade baixa*, condição enunciada explicitamente na 2^a e 3^a regras de Kirchoff. Vejamos porque.

Se a nuvem for densa, então um fóton resultante do decaimento de $n = 2$ para $n = 1$ muito provavelmente encontraria um átomo de H no estado $n = 1$ em seu caminho, o que resultaria na sua *re-absorção dentro da própria nuvem*. Este átomo excitado então decairia emitindo outro fóton Lyman α e a história se repetiria muitas vezes. De espalhamento em espalhamento, o fóton descreve uma trajetória aleatória, como o **movimento Browniano** de uma molécula no ar. Esta analogia é tão boa que podemos aproveitar um conceito da teoria cinética dos gases: O de **livre caminho médio** (l). Como o próprio nome diz, l é a distância (média) percorrida entre duas colisões. No caso do ar que você respira, l é a distância percorrida por uma molécula antes dela bater em outra. No caso de fótons em uma nuvem, é a distancia percorrida entre sua produção e absorção. Tanto a colisão de uma molécula com outra como a absorção de um fóton por um átomo são descritas por uma **secção de choque** σ , medida em unidades de m^2 . Quanticamente, σ expressa a probabilidade da interação ocorrer. Classicamente, podemos interpretar σ como a área do alvo. É fácil provar (consulte seu texto predileto de teoria cinética dos gases) que

$$l = (n \sigma)^{-1}$$

onde n é a densidade de partículas alvo. Desta expressão deduz-se que quanto maior a densidade e/ou a secção de choque, menor é o livre caminho médio, como esperado.

EXERCÍCIO 3.5: Considerando a **figura 1.2**, em que faixa espectral lhe parece que o livre caminho médio de fótons na atmosfera terrestre é menor? E em que faixa l é maior?

Em uma nuvem densa, o livre caminho médio para um fóton Lyman α é pequeno. Se l for $<$ que o tamanho da nuvem, ele será absorvido e re-emitido várias vezes, ziguezagueando como um bêbado (**figura 3.10**). Eventualmente, este fóton pode chegar a beira da nuvem e escapar sem ser espalhado novamente. Mas como ele passa muito tempo zanzando de cá pra lá dentro da nuvem, outras coisas podem acontecer. Por exemplo, digamos que um átomo que foi excitado por um fóton colida com um outro átomo, ou talvez com um elétron livre da nuvem. Nesta colisão, a energia armazenada no estado $n = 2$ pode ser transferida à outra partícula na forma de *energia cinética*. Ou seja, o átomo volta ao estado $n = 1$, mas ao invés de liberar um fóton, os 10,2 eV se transformam em energia cinética dentro da nuvem, processo que chamamos de **desexcitação colisional**. Note que o fóton foi *destruído*! Colisões subseqüentes entre as partículas da nuvem dividirão esta energia cinética democraticamente, estabelecendo um **equilíbrio termodinâmico** no qual a nuvem passa a emitir como um **corpo negro**.



Figura 3.10 – Movimento “Browniano” de um fóton em uma nuvem densa, como o interior de uma estrela. Como o livre caminho médio é muito menor do que o tamanho da nuvem, o fóton interage muitas vezes com o gás antes de escapar da nuvem (se é que ele escapa, pois é possível que ele seja destruído no caminho).

Quanto maior a densidade do gás mais eficiente é esse processo de **termalização**, no qual emissão e absorção de fótons se balanceiam, produzindo um **espectro contínuo** descrito por uma função de Planck. De fato, é precisamente a interação freqüente entre fótons e átomos e a interação das partículas do gás entre si, que fazem com que o sistema se aproxime de um estado de equilíbrio termodinâmico (Não custa lembrar que a própria noção de equilíbrio de um sistema está inextricavelmente ligada às interações entre suas partes. É um pouco como viajar de carro. Se a estrada está livre, você pode viajar a qualquer velocidade, independente dos outros carros. Já se a estrada está congestionada, seu movimento dependerá da velocidade dos outros carros. O trânsito se equilibra a uma dada velocidade pelas interações entre carros). Gases densos e quentes, portanto, emitem um

espectro contínuo, tal qual nos diz a 1ª regra de Kirchoff. Apenas para densidades baixas podemos ignorar estes efeitos, o que explica porque a 2ª e 3ª regras incluem esta condição.

----- QUADRO XIV – Regiões HII -----

Para que uma estrela ionize uma nuvem de gás ao seu redor ela deve produzir um número significativo de fótons com energia $h\nu > 13,6 \text{ eV}$ para poder arrancar elétrons do H. Isso requer temperaturas $T > 30000 \text{ K}$. Estrelas massivas, $20 M_{\odot} < M < 100 M_{\odot}$, já nascem com T entre 30000 e 50000 K, e conseqüentemente ionizam o gás ao seu redor criando uma região de H^+ , que astrônomos chamam de **região HII**. Nestas nuvens aproximadamente esféricas, com temperaturas de ~ 10000 a 20000 K e densidades baixas ($n \sim 100$ partículas por cm^3), um íon H^+ eventualmente se encontra com um elétron livre resultante de outro evento de foto-ionização e o captura, liberando um fóton. Durante a **cascata quântica** do elétron até o nível $n = 1$ várias linhas de emissão são produzidas. O mesmo acontece com outros elementos químicos. O resultado final é um espectro repleto de linhas de emissão, parecido com o da nebulosa planetária na **figura 3.7**, ou da galáxia Markarian 463 na **figura 3.15**.

Você deveria estar se perguntando: Por que o gás ionizado não irradia como um corpo negro? Afinal, estrelas com a mesma temperatura (~ 10000 a 20000K) também contêm gás ionizado, mas irradiam mais ou menos como corpos negros (descontando as linhas de absorção). Afinal, qual é a diferença? A **densidade**! Em uma região HII a densidade é cerca de 10^{10} vezes menor que em uma atmosfera estelar. Em estrelas, a alta densidade força fótons e átomos a interagirem freqüentemente, o que garante um equilíbrio entre matéria e radiação, resultando em um espectro tipo corpo negro. Já em regiões HII, a densidade é tão baixa que um fóton produzido na nuvem (digamos, um fóton $\text{H}\alpha$) escapa da nuvem sem interagir com suas partículas. Em outras palavras, o **livre caminho médio** deste fóton é muito maior do que o próprio tamanho da nuvem. O campo de radiação e o gás *não* estão em equilíbrio. Basta ver que embora a temperatura da nuvem seja de 10000K , o gás está imerso em um campo de radiação muito mais quente ($T > 30000 \text{ K}$), proveniente da estrela.

A imagem UV da galáxia M81 (**figura 2.20**) mostra vários pontos brilhantes, que como discutimos, são estrelas quentes recém nascidas. O gás ao redor dessas estrelas é ionizado, formando regiões HII. As nebulosas de Orion (**figura 2.4**) e da Roseta (**figura 3.11**) são exemplos de regiões HII em nossa galáxia.



Figura 3.11 – Nebulosa da Roseta, exemplo de uma **região HII** em nossa galáxia. A nuvem de gás é ionizada pela radiação proveniente das estrelas quentes e massivas no centro da nebulosa. A coloração vermelha da nuvem se deve à intensa emissão de fótons $H\alpha$ ($\lambda = 6563 \text{ \AA}$). Filamentos escuros ao norte e a nordeste do centro são nuvens de poeira.

3.1.4 – Outros efeitos

A esta altura já apresentamos os elementos básicos necessários para a compreensão das leis de Kirchoff. (Na verdade, fomos bem além disto!) Porém, existem vários outros processos que não discutimos acima, mas que participam da física por trás da produção de um espectro.

Por exemplo, em toda discussão acima citamos apenas mecanismos radiativos de excitação. Uma outra maneira de excitar elétrons em um átomo é fazê-lo *colidir* com outro átomo ou, o que é mais provável em nebulosas astrofísicas, um elétron livre. Parte da energia cinética E_C da colisão pode ser consumida na elevação do elétron de um nível de energia E_n a outro nível $E_m > E_n$. Para que esse processo de **excitação colisional** seja efetivo, E_C , que é da ordem de $3kT/2$ (onde T é a temperatura do gás e k é a constante de Boltzmann) deve ser comparável a ΔE . Por exemplo, para excitar átomos de H do seu nível fundamental para o nível $n = 2$, temperaturas da ordem de $T \sim 2(E_2 - E_1) / 3k = 79000 \text{ K}$ são, em princípio, necessárias. Este valor é muito alto para a superfície de uma estrela

normal, mas vale lembrar que $3kT/2$ é apenas a energia cinética *média* das partículas do gás. Na **distribuição de Maxwell-Boltzmann** de energias cinéticas uma fração nada desprezível das partículas será bem mais energética que a média, de modo que a excitação de $n = 1$ para $n = 2$ pode ocorrer para temperaturas bem menores que este valor. De qualquer modo, em geral o nível $n = 2$ é povoado mais por ressonância (ou seja, excitação radiativa) com fótons Lyman α do que por colisões. Já para excitar elétrons de $n = 2$ para $n = 3$ é mais fácil; basta uma temperatura $T \sim 2(E_3 - E_2) / 3k \sim 15000$ K. (Como o leitor deve ter percebido, a excitação colisional nada mais é que o inverso da desexcitação colisional.)

Outra maneira de produzir átomos em níveis excitados é pela **recombinação** de um elétron livre com um íon (brevemente discutido no quadro sobre regiões III). Enquanto a foto-ionização arranca o elétron do H, na recombinação um desses elétrons livres encontra um H^+ e cai para um nível de energia, liberando um fóton cuja energia será a energia cinética do elétron livre mais a energia de ligação do nível para o qual ele decai. Por exemplo, um elétron que tem energia cinética de 1 eV (e portanto uma velocidade de ~ 600 km/s) que se re-combina para o nível $n = 3$ do H ($E_3 = -1,5$ eV) produzirá um fóton de $1 + 1,5 = 2,5$ eV (o que dá $\lambda = 4960$ Å). A partir daí o elétron *cascadeará* até chegar a $n = 1$.

Existem também processos de interação de fótons com átomos, íons, moléculas e elétrons livres, que, ao contrário das transições ligado-ligado, operam sobre fótons de qualquer energia. Tais transições são chamadas **transições livre-livre**, pois não envolvem alteração de estados ligados. Um exemplo é o espalhamento Compton, no qual um fóton cede parte de sua energia para um elétron livre, que ganha energia cinética (ou vice-versa no espalhamento Compton inverso). Outro fenômeno é a interação de um elétron livre com outra carga, como um íon ou outro elétron livre. Durante a interação Coulombiana ocorre a aceleração de cargas, que, segundo a teoria eletromagnética clássica, produz radiação.

Tratar todos esses processos simultânea e consistentemente é obviamente uma tarefa complicadíssima, porém possível. Para ilustrar o grau de sofisticação que a análise espectral atingiu em astronomia, a **figura 3.12** compara o espectro observado de uma estrela com um espectro teórico. A concordância entre observação e teoria é excelente! Para construir esse modelo, foi necessário resolver um sistema complexo de equações acopladas, descrevendo a estrutura de temperatura, ionização, pressão e densidade da atmosfera da estrela, e equações que tratam dos processos de criação e destruição de fótons, as quais fazem uso de gigantescas bibliotecas de dados atômicos, com seções de choque para milhões de transições radiativas e colisionais de todos elementos químicos em seus diversos graus de ionização. Parece pouco?

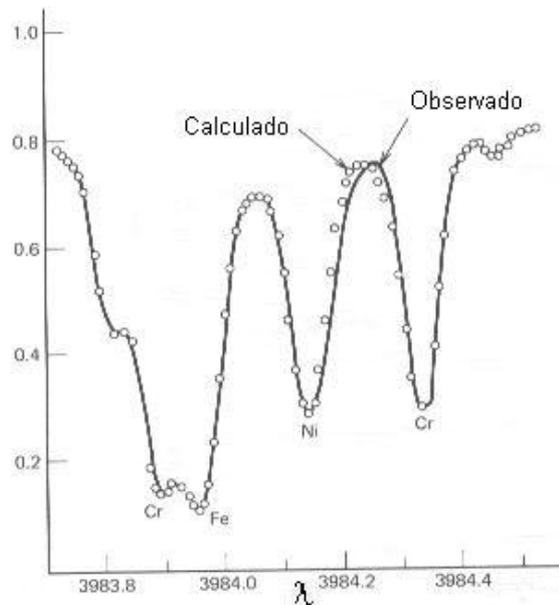


Figura 3.12 – Comparação entre o espectro observado do Sol e de um espectro teórico, calculado através da modelagem de sua estrutura de temperatura, densidade, pressão e sua composição química.

----- QUADRO XV – O azul do céu -----

Você já se perguntou porque o céu é azul? Aqui vai uma pista óbvia: À noite o céu *não* é azul, o que sugere que a explicação deve envolver o Sol...

De fato, o fenômeno por trás desse fato tão corriqueiro é o espalhamento da luz solar por moléculas na atmosfera terrestre, tecnicamente chamado de **espalhamento Rayleigh**. A interação de fótons solares com essas moléculas é tal que os fótons de menor comprimento de onda são mais espalhados que os de maior comprimento de onda, em direta analogia com o que vimos ao estudar o avermelhamento da radiação de estrelas devido à interação com grãos de poeira interestelar (seções 2.1.1 e 2.4.2).

Ao olharmos para o céu diurno, o que vemos é radiação solar espalhada, ou seja, raios solares que foram desviados “para baixo” ao cruzar a atmosfera. Se esse espalhamento fosse independente de λ , o céu teria a cor do Sol, pois todos fótons seriam igualmente espalhados. Mas não é assim. Imagine 10 fótons azuis, 10 amarelos e 10 vermelhos que saem do Sol em direção a Terra, cruzando nossa atmosfera a uma certa altura. Dos 10 fótons azuis, 6 serão espalhados pela atmosfera, enquanto apenas 4 dos amarelos e 2 dos vermelhos serão espalhados; os demais atravessam a atmosfera terrestre incólumes, seguindo viagem galáxia afora. Obviamente, a radiação espalhada será mais azul (ou menos vermelha, o que dá no mesmo) do que a que vem do Sol (**figura 3.13**). A parte desse fluxo espalhado que vem para baixo nos dá a coloração azul do céu. Um fenômeno muito semelhante acontece em **nebulosas de reflexão**, como no aglomerado das Plêiades (**figura**

2.18), com a diferença de que lá os agentes espalhadores são partículas de poeira interestelar. Nebulosas de reflexão também exibem uma coloração azulada.

E o pôr do Sol? Por que ele é vermelho? Ora, pela mesma razão! Ao olhar o Sol, você na verdade vê apenas os fótons que *não* foram espalhados pela atmosfera. Como os fótons de menor λ são os que mais interagem com as moléculas do ar, o Sol que vemos é menos azul, e portanto mais vermelho, do que o Sol real, que os astronautas vêem de fora da atmosfera. Isto ocorre a qualquer hora do dia, mas o efeito é mais dramático no crepúsculo simplesmente porque quando o Sol está próximo ao horizonte, seus fótons atravessam uma camada atmosférica muito maior do que quando ele está a pino, o que aumenta o efeito do espalhamento. (No linguajar da seção 2.1.1, a *profundidade óptica* da atmosfera é maior na direção do horizonte do que no zênite.)

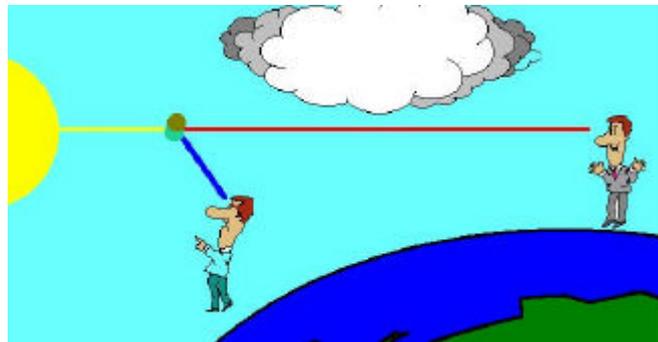


Figura 3.13 – Ao olhar para o céu diurno, o que vemos é luz solar espalhada pela atmosfera da Terra. Como a atmosfera espalha mais fótons azuis (menor λ) do que vermelhos (maior λ), o céu tem uma cor azulada. Já ao olhar para o Sol no poente, boa parte dos fótons azuis é desviada ao cruzar a longa camada de ar, o que explica porque o Sol se avermelha ao se pôr.

EXERCÍCIO 3.6: Em plasmas altamente ionizados, o **espalhamento eletrônico**, também chamado de **espalhamento Thomson**, é um dos processos mais efetivos de interação entre radiação e matéria. Nesse processo, um fóton é simplesmente rebatido por um elétron livre, sem que eles troquem energia. A seção de choque dessa interação é de apenas $\sigma_e = 6,65 \times 10^{-29} \text{ m}^2$, o que equivale a dizer que um fóton que se aproxima de um elétron o vê com esta área. Fótons que se aproximam de átomos de H no nível fundamental vêem uma área ~ 1 milhão de vezes maior, de modo que é muito mais provável um fóton interagir com um átomo de H do que com um elétron livre. Porém, se o H estiver todo ionizado, átomos de H viram pares de prótons e elétrons livres, e o espalhamento eletrônico passa a ser a interação mais relevante.

Considerando o Sol como uma bola de prótons e elétrons livres com massa $= 1 M_\odot = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$ e raio $R = 6,96 \times 10^8$:

- (a) Calcule o número total de elétrons, N_e . (Lembre-se que a massa de um próton mais um elétron é de $1,67 \times 10^{-27}$ kg.)
- (b) Calcule a densidade média de elétrons, n_e . (Simplesmente divida N_e pelo volume do Sol.)
- (c) Calcule o livre caminho médio de um fóton, $l = (n_e \sigma_e)^{-1}$. (Você deveria obter pouco menos de 2 cm.)
- (d) Comparando l com o Raio do Sol, você diria que um fóton produzido no centro desse Sol de mentirinha (mas nem tanto!) é capaz de chegar à superfície e escapar sem bater em nenhum elétron no caminho?
- (e) Se, por um milagre, em todas interações de um fóton com elétrons ele mantivesse sua direção radial, quantas interações ocorreriam no caminho do centro à superfície?
- (f) Na verdade, o espalhamento eletrônico redireciona o fóton para uma direção aleatória, de modo que ele descreve um movimento Browniano análogo ao andar de um bêbado (**figura 3.10**). Neste movimento, estatisticamente se espera que após N interações o fóton percorra uma distância de $N^{1/2}$ livres caminhos médios. Sabendo disso, recalcule sua resposta ao item anterior, isto é, calcule quantas interações são necessárias para que um fóton produzido no núcleo chegue à superfície.
- (g) Sendo N_{tot} a resposta ao item anterior, o caminho total percorrido pelo fóton em seu zigue-zague até a superfície é $N_{\text{tot}} l$. Quanto tempo dura essa viagem? (Lembre-se que fótons viajam à $c = 3 \times 10^8$ m s⁻¹. Não se surpreenda se você obter algo ao redor de 30000 anos!) Compare o valor obtido com o tempo R/c que a viagem duraria sem as interações.
- (h) Sempre que se fala das distâncias às estrelas, se diz que olhando o céu vemos o passado. Este exercício talvez o(a) convença que isto também se aplica no caso do Sol, apesar de ele estar a menos de 10 minutos-luz de nós!

EXERCÍCIO 3.7: Aglomerados de galáxias são conjuntos de milhares de galáxias concentradas em uma região ~ esférica de raio da ordem de $R = 1$ Mpc. Ao contrário do que imagens ópticas nos levam a crer, o espaço entre as galáxias não está vazio. Ele contém gás tênue, com densidade n de 10^{-4} a 10^{-2} partículas por cm³, e muito quente, $T \sim 10^7 - 10^8$ K (e portanto ionizado) que emite fortemente em raios-X (**figura 3.14**). O principal mecanismo radiativo nesse gás é o “Bremsstrahlung”, ou **emissão livre-livre**, que é a radiação produzida por elétrons acelerados ao interagir com íons positivos. Assumindo apenas elétrons e prótons (ou seja, um gás de H puro), neste processo cada cm³ emite $\xi = 2,4 \times 10^{-34} n^2 T^{1/2}$ Watts, onde n é dada em cm⁻³ e T em K. Se assumirmos que n e T são constantes e que esse gás se confina todo dentro de um raio R , sua luminosidade total é simplesmente $L = \xi 4\pi R^3/3$. Devido a alta temperatura, praticamente toda esta luminosidade é emitida em raios X.

No Aglomerado de Coma Berenices, a densidade é de $n \sim 10^{-3}$ cm⁻³, a temperatura é de 3×10^7 K e o gás ocupa uma esfera de $R \sim 0,9$ Mpc = $2,8 \times 10^{24}$ cm. Com esses números aproximados, calcule:

- (a) A Luminosidade em raios X desse aglomerado, em luminosidades solares.
- (b) O número total $N = n 4\pi R^3/3$ de partículas do gás intra-aglomerado.

- (c) A massa total do gás, assumindo que a massa média por partícula é $(m_p + m_e) / 2 \sim m_p/2$, onde m_p e m_e são as massas do próton e elétron, respectivamente. (Isto equivale a supor que o gás é de H puro, e está totalmente ionizado.) Você deveria obter $M_{\text{gas}} \sim 4 \times 10^{13} M_{\odot}$. Esta massa é da mesma ordem de grandeza que a massa em todas galáxias do aglomerado! (Vide exercício 3.16).

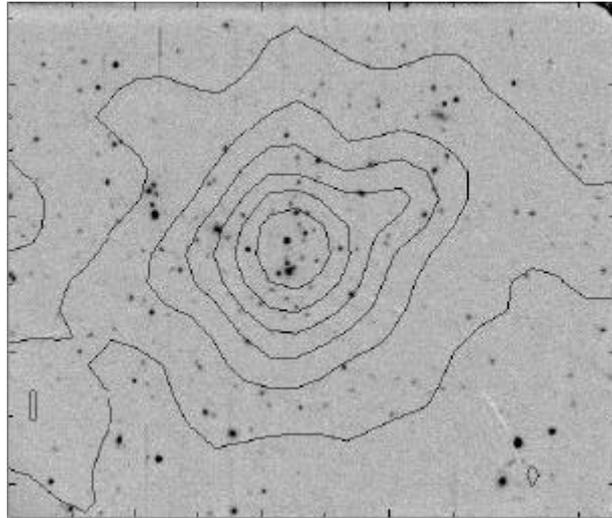


Figura 3.14 – Imagem óptica de um aglomerado de galáxias distante. Praticamente todos pontos nessa imagem são galáxias. As isofotas traçam a emissão em raios X do gás quente que permeia o aglomerado.

3.1.5 – Informação física a partir da análise de espectros

A principal conclusão a que você deveria ter chegado depois de passar por toda esta discussão é que *existe muita física por trás de um espectro!* Muito mais, aliás, do que pudemos mencionar.

Obviamente, esta riqueza implica que a análise de espectros é uma tarefa complexa, pois envolve conhecimentos de teoria eletromagnética, termodinâmica, mecânica estatística e física quântica. Ou seja, praticamente toda Física! Não é à toa que essa área da astrofísica, conhecida como “Processos Radiativos” ou “Transferência Radiativa”, já produziu (e seguirá produzindo) uma gigantesca literatura. Como fruto do trabalho de várias gerações de físicos e astrofísicos que se dedicaram a este tema complexo, hoje dispomos de uma teoria que permite extrair uma enorme quantidade de informação a partir da análise de espectros astronômicos. A partir da análise espectral, podemos determinar, entre outras coisas, (1) a estrutura de temperatura, densidade, pressão e gravidade, (2) a geometria, (3) o campo de velocidades e a (4) composição química de estrelas, nebulosas e outros objetos. Nada mal para quem é obrigado a lidar com objetos a dezenas, milhares ou milhões de anos luz!

Assim como a teoria da transferência radiativa é um exemplo da “Física a serviço da Astronomia”, também a Astronomia contribui para o avanço da Física na medida em que as condições físicas em objetos astronômicos são tão extremas que não podem ser reproduzidas em laboratórios. Não é raro, por exemplo, se usar medidas astronômicas de linhas espectrais para deduzir parâmetros associados à estrutura atômica de átomos ou moléculas complexas, que não podem ser estudados em condições “terráqueas” ou cuja modelagem é imprecisa.

3.2 – MEDINDO MOVIMENTO

O Efeito Doppler e suas 1001 utilidades

Além de ajudar a desvendar as condições físicas intrínsecas de um astro, espectros são muito úteis para estudar o movimento entre a fonte e o observador e movimentos internos ao objeto. Ambos tipos de informação são valiosíssimos! Nesta seção estudaremos como funcionam estes efeitos e como explorá-los para melhor entender o cosmos.

Quando medimos a radiação proveniente de um astro que se movimenta ao longo da linha de visada, seu espectro se apresenta deslocado em comprimento de onda devido ao **efeito Doppler**. Se o astro se afasta de nós, os observadores, seus fótons são deslocados para o vermelho (λ 's maiores, “*redshift*”), e vice-versa. Um fóton que sai do objeto com comprimento de onda λ_0 é observado em

$$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda = \lambda_0(1 + z),$$

onde $z = \Delta\lambda / \lambda_0 = (\lambda - \lambda_0) / \lambda_0$. A relação entre z e a velocidade do objeto ao longo da linha de visada é dada por

$$z = v_r/c$$

para velocidades não relativísticas, isto é, desde que $v_r \ll c$. É importante frisar que v_r é apenas a componente **ao longo da linha de visada** de um vetor de velocidades. O efeito Doppler não nos oferece qualquer informação sobre as outras duas componentes desse vetor. Movimentos *no plano do céu*, e portanto *perpendiculares à linha de visada*, só podem ser medidos para estrelas muito próximas (acompanhando suas posições no céu ao longo de vários anos), de modo que em geral temos que nos contentar com apenas uma das três componentes de \mathbf{v} . Por convenção, associamos velocidades negativas ($v_r < 0$) a um movimento de aproximação, e $v_r > 0$ a um afastamento.

Para identificar o deslocamento Doppler $\Delta\lambda$ a partir da observação do espectro $F(\lambda)$ de, digamos, uma galáxia distante, precisamos identificar a que λ_0 o λ observado

corresponde, isto é, precisamos identificar no espectro observado certa marcas que sabemos serem originalmente produzidas em um certo λ_0 , mas que são medidas em λ . Para isso, utilizam-se as transições atômicas (linhas de absorção ou emissão) discutidas acima, nas quais um elétron salta de um nível a outro absorvendo ou emitindo um fóton cuja energia $E = h\nu_0 = hc/\lambda_0$ é precisamente a energia associada a este salto quântico (**figura 3.15**). Por exemplo, um elétron em um átomo de H que cai do nível $n = 4$ para o nível $n = 2$ produz um fóton H β , com $\lambda_0 = 4861 \text{ \AA}$. Se no espectro de nossa galáxia hipotética reconhecemos a linha H β deslocada para o vermelho, em $\lambda = 4913 \text{ \AA}$, concluímos que $\Delta\lambda = (\lambda - \lambda_0) = (4913 - 4861) = 52 \text{ \AA}$, o que nos diz que a galáxia se *afasta* de nós com velocidade $v_r = c \Delta\lambda / \lambda_0 = 3209 \text{ km s}^{-1}$. Talvez a mais famosa aplicação do efeito Doppler foi feita por Hubble, que descobriu a expansão do universo: galáxias se afastam umas das outras, sendo que a velocidade de afastamento de uma galáxia (medida tal qual no exemplo acima) é tanto maior quanto maior for sua distância.

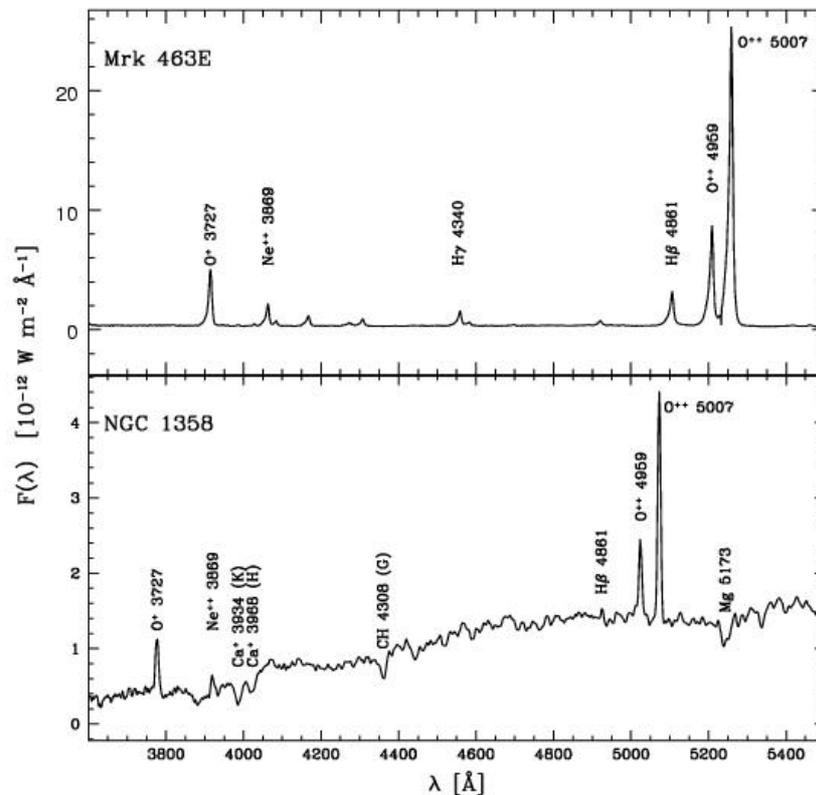


Figura 3.15 – Espectros das galáxias Markarian 463E e NGC 1358. Ambas apresentam linhas de absorção, oriundas de estrelas, e linhas de emissão, provenientes de gás ionizado, mas as linhas de emissão de Markarian 463E são tão brilhantes que não é possível identificar nem o contínuo nem as linhas de absorção na escala da figura acima. Os comprimentos de onda λ_0 de várias linhas de emissão e absorção se encontram assinalados sobre os espectros. Note que em ambos casos as linhas se encontram *deslocadas* em λ para o vermelho.

EXERCÍCIO 3.8: (a) Identifique a linha H β no espectro de Markarian 463E na **figura 3.15**. Com o auxílio de uma régua, meça o comprimento de onda λ no qual esta linha é observada. Sabendo que H β é produzida com um comprimento de onda original $\lambda_0 = 4861 \text{ \AA}$, calcule o deslocamento Doppler $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ e a velocidade com que essa galáxia se move ao longo da linha de visada, $v_r = c \Delta\lambda / \lambda_0$. Ela está se afastando ou se aproximando de nós? (b) Repita o cálculo para a linha do Oxigênio uma vez ionizado, cujo comprimento de onda de repouso é $\lambda_0 = 3727 \text{ \AA}$. (c) Repita o exercício para NGC 1358. Neste caso, utilize H β e a linha de absorção do Ca⁺ em $\lambda_0 = 3934 \text{ \AA}$.

O efeito Doppler é usado em muitas áreas da astrofísica, desde a detecção de planetas fora do sistema solar até o mapeamento da expansão do universo. Na discussão que segue, discutiremos como usar o efeito Doppler para (1) determinar o movimento sistemático da fonte com respeito a nós, e para (2) estudar o movimento interno do sistema. Basearemos esse estudo em diversos exemplos, extraídos de diferentes contextos astrofísicos.

3.2.1 – A Lei de Hubble

A descoberta da expansão do universo começa em 1912, quando Vesto Slipher, ao obter um espectro da galáxia de Andrômeda observou que suas linhas espectrais estavam bastante deslocadas *para o azul*, indicando um movimento de *aproximação* de $\sim 300 \text{ km s}^{-1}$. Intrigado com o resultado, ele deu início a um longo e árduo estudo de espectros de galáxias, chegando à conclusão de que na maioria das galáxias o deslocamento Doppler é *para o vermelho*, ou seja, a maioria das galáxias se afasta de nós. Além disso, ele notou que quanto mais fraca a galáxia maior sua velocidade de afastamento. Indiretamente, esse fato sugere que quanto maior a distância maior a velocidade v_r , que é a essência da Lei de Hubble.

O motivo pelo qual a Lei de Hubble é de Hubble e não de Slipher é que Hubble foi o primeiro a *medir distâncias a galáxias*. Isto foi na década de 1920. Usando o então novo telescópio de Mount Wilson, com seu espelho de 2,5 m de diâmetro, Hubble identificou estrelas individuais em galáxias próximas, o que até então não fora possível. Inspeccionando cuidadosamente várias fotos de Andrômeda tomadas em diferentes datas, ele percebeu que algumas estrelas apresentavam *variações periódicas de brilho*, similares às da estrela δ da constelação da Cefeida, cujas variações eram conhecidas desde o século XVIII. Em estrelas deste tipo, conhecidas como **Cefeidas**, o fluxo sobe e desce, sobe e desce..., com períodos que vão de ~ 10 a 100 dias. O que torna estas estrelas particularmente importantes para astronomia extragaláctica é que existe uma relação direta entre o *período* e a *luminosidade* da estrela, originalmente descoberta por Henrietta Leavitt nos anos 1910. Portanto, medindo o período P, o que é fácil, podemos inferir a luminosidade $L = L(P)$, o que não é nada fácil.

Como também podemos medir o fluxo F da estrela, basta utilizar a relação $L = 4\pi d^2 F$ que obtemos a distância. Ou seja, podemos usar Cefeidas como **indicadores de distância**.

Hubble identificou Cefeidas em outras galáxias, mediu seus fluxos e períodos, e, usando a **relação período-luminosidade**, calculou as primeiras distâncias extra-galácticas. As distâncias que ele obteve eram enormes para os padrões da época. Para Andrômeda, por exemplo, ele obteve $d = 300$ kpc, o que colocava Andrômeda totalmente fora dos limites da Via Láctea. Isto teve um tremendo impacto, pois naquela época o próprio conceito de “galáxia” ainda não estava estabelecido. Muitos astrônomos acreditavam que as “nebulosas espirais” eram na verdade objetos “pequenos” (muito menores que a Via Láctea) que se encontravam *dentro* da Via Láctea. O trabalho de Hubble acabou com essa idéia, e provou que a Via Láctea é apenas uma entre milhões de outras galáxias no universo.

Junto com seu colega Milton Humason, Hubble obteve espectros para várias galáxias e deduziu suas velocidades v_r usando o efeito Doppler. Combinando essas medidas com as distâncias inferidas pelo método das Cefeidas, Hubble construiu seu famoso gráfico de v_r contra d . Na **figura 3.16** mostramos a versão original e uma versão atual deste gráfico. Vê-se que a relação é linear, do tipo

$$v_r = H_0 d$$

onde H_0 , a inclinação da reta, é a famosa **constante de Hubble**. Esta equação, a **Lei de Hubble**, diz que galáxias mais distantes se afastam mais rápido. Ou, dito de forma mais dramática: *O universo está em expansão!*

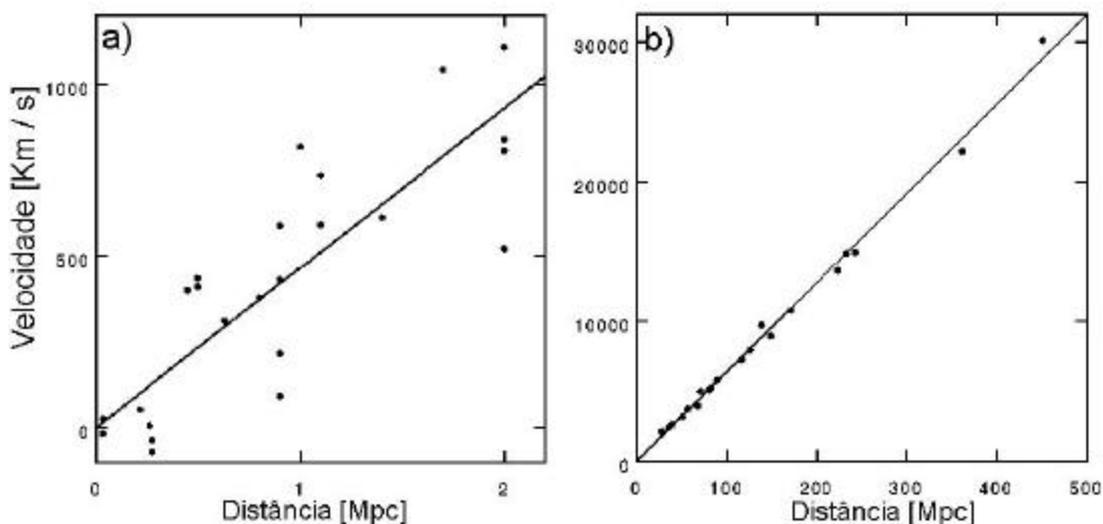


Figura 3.16 – Lei de Hubble, relacionando a velocidade de afastamento de galáxias com sua distância. (a) Dados originais de Hubble (1929). (b) Dados atuais. Note a diferença nas escalas! A figura (a) caberia em um pequeno quadrado no canto inferior esquerdo da figura (b).

EXERCÍCIO 3.9: Em 1994, um time de astrônomos detectou 20 Cefeidas na galáxia M100 usando o Telescópio Espacial Hubble. Através da relação período-luminosidade, eles inferiram que M100 se encontra a uma distância de $d = 17$ Mpc.

- Sabendo que sua velocidade de recessão é $v_r = 1570 \text{ km s}^{-1}$, estime o valor de H_0 .
- Como M100 faz parte do aglomerado da Virgem, é provável que o valor de v_r seja afetado pela atração gravitacional do aglomerado. De fato, sabe-se que M100 está *do lado de cá* do aglomerado, e parece que ela está caindo em direção ao centro dele. Comente como este efeito afeta sua estimativa de H_0 .

Note como a relação originalmente obtida por Hubble tem um grande espalhamento. O principal motivo para este espalhamento é que ele não observou objetos muito distantes; todas as galáxias observadas por Hubble são ($d < 2$ Mpc, segundo suas medidas) e “lentas”, $v_r < 1000 \text{ km s}^{-1}$. Boa parte da velocidade v_r dessas galáxias é devida a atração gravitacional exercida por outras galáxias e/ou conjuntos de galáxias em suas vizinhanças. De fato, algumas das galáxias mais próximas estão se *aproximando* de nós, como é o caso de Andrômeda. Outras, como as Nuvens de Magalhães, são **galáxias satélites** em órbita ao redor da Via Láctea. Obviamente, o movimento dessas galáxias *não* se enquadra na Lei de Hubble. Mesmo para galáxias mais distantes, apenas *parte* de v_r é devida a expansão do universo. Este efeito também está presente na **figura 3.16b**. Porém, como neste caso as distâncias e velocidades chegam a valores muito maiores do que os originais (compare as escalas nas figuras a e b), os desvios com respeito à relação $v_r = H_0 d$ se tornam praticamente imperceptíveis. Tais movimentos gravitacionais, também chamados de **movimentos peculiares**, produzem velocidades de no máximo $\sim 1000 \text{ km s}^{-1}$, de modo que seus efeitos se tornam desprezíveis para galáxias com $v_r > 10000 \text{ km s}^{-1}$. Em grandes escalas, a expansão do universo domina v_r .

Comparando com cuidado as **figuras 3.16a e 3.16b**, percebe-se que a inclinação da relação v_r - d , que é dada por H_0 , é bem maior nos dados originais do que nos dados atuais. Isto se deve a um *erro* na calibração da relação período-luminosidade usada por Hubble, que o levou a subestimar as distâncias. De fato, ele inferiu $H_0 \sim 500 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, enquanto os dados atuais indicam $H_0 = 65 \pm 5 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

Um grande número de astrônomos se dedicou ao problema de medir H_0 . Como medir v_r é relativamente fácil, a chave para determinar H_0 é a *medida de distâncias*. Muitos métodos foram inventados. O exercício abaixo ilustra um possível procedimento para determinar H_0 . (Ele não é o método mais preciso, mas ilustra bem a lógica da coisa.)

EXERCÍCIO 3.10: No exercício 3.8 você aprendeu a medir a velocidade de recessão (v_r) de uma galáxia a partir da identificação de linhas em um espectro. Lá atrás, no exercício 2.13, você aprendeu a medir o diâmetro angular (θ) de galáxias espirais e a converter este ângulo em um diâmetro físico (D) usando a distância (d) da galáxia. Neste exercício, você aplicará estes conhecimentos a uma causa nobre: Determinar a constante de Hubble H_0 ! Para tanto, você assumirá que todas as galáxias espirais têm um diâmetro $D = 20 \text{ kpc} = 0,02$

Mpc. (Não é lá a melhor das hipóteses, mas tampouco é das piores.) Com esta hipótese em mãos, fica fácil medir H_0 : Basta obter imagens e espectros para um conjunto de galáxias espirais. Das imagens, você medirá θ e deduzirá d usando $d = D/\theta$. Dos espectros, mede-se v_r . Do gráfico v_r x d obtém-se H_0 , tal qual Hubble em seu trabalho histórico.

Da idéia aos dados:

Medindo as distâncias

Suas imagens são mostradas na **figura 3.17**. Todas cobrem ~ 270 por 270 segundos de arco. É chegada a hora de medir θ . Faça isso com uma régua. Como as imagens estão meio espremidas na figura, você talvez prefira *ampliar as imagens* em uma foto-copiadora antes de medir os diâmetros! Feita a ampliação, digamos que cada imagem tem 10 cm de lado – o valor exato dependerá da ampliação. Portanto são $270 / 10 = 27$ segundos de arco por cm, o que equivale a $1,31 \times 10^{-4}$ radianos por cm. Vamos chamar esta constante de conversão de K .

Meça o comprimento X de um lado ao outro para cada galáxias, sempre *ao longo de seu eixo maior*. Digamos que para a galáxia # 2 você obteve $X = 1,15$ cm. Usando a conversão acima deduzimos que seu diâmetro angular é $\theta = 1,15 \text{ cm} \times 1,31 \times 10^{-4} \text{ rad/cm} = 1,51 \times 10^{-4} \text{ rad}$. (Este valor é o que os autores do livro mediram para esta galáxia. Use-o para verificar se suas medidas batem com as nossas!)

Como em qualquer trabalho experimental, é importante conhecer as *incertezas* nas medidas. A medida de X tem pelo menos uma fonte de incerteza: O erro de leitura, que depende da escala da régua que você usou. Em uma régua comum (dessas de 30 cm) a menor divisão de escala é de 0,1 cm, o que lhe permite atingir uma precisão de $\sigma(X) \sim 0,05$ cm. Assim, nossa medida da galáxia # 2 seria de $X = 1,15 \pm 0,05$ cm. Na verdade, como você certamente se deu conta ao fazer as medidas, nem sempre é fácil definir onde a galáxia acaba! (Por exemplo, você poria sua mão no fogo pelos diâmetros medidos para as galáxias #1 e #9?). Esta é uma incerteza inerente à medida de diâmetros de galáxias. Para facilitar a análise dos erros, vamos desconsiderar esta dificuldade e levar em conta apenas o erro de escala, $\sigma(X) \sim 0,05$ cm.

A relação entre X e θ é simplesmente $\theta = X \times K$. Portanto, para transformar o erro em X em um erro em θ basta calcular $\sigma(\theta) = K \times \sigma(X)$. Preencha na tabela abaixo os valores de X , $\sigma(X)$, θ e $\sigma(\theta)$. Use unidades de cm para X e $\sigma(X)$ e rad para θ e $\sigma(\theta)$.

Calcule agora as distâncias, usando $d = D/\theta$, com $D = 0,02$ Mpc. A incerteza $\sigma(d)$ nas distâncias é dada por

$$\sigma(d) = (D/\theta^2) \sigma(\theta)$$

Esta “fórmula misteriosa” sai diretamente da *propagação do erro* em θ para o erro em d ; basta notar que o termo D/θ^2 nada mais é do que a derivada de d com respeito a θ .

(Consulte seu texto preferido de física experimental.) Note que ao contrário do que ocorre com os erros em X e θ , $\sigma(d)$ não é o mesmo para todas galáxias. As mais distantes são também as que tem maior incerteza em d . Anote os valores de d e $\sigma(d)$ na tabela, em unidades de Mpc.

Medindo as Velocidades

É hora de medir v_r . Para isso, você provavelmente vai precisar *ampliar* os espectros da **figura 3.17**. A qualidade dos espectros não é das melhores. Basta ver que é difícil distinguir linhas de absorção do ruído. Porém, as linhas de emissão são facilmente identificáveis, o que é suficiente para medir v_r . Em princípio, para medir v_r basta identificar uma linha e medir seu deslocamento Doppler. Porém, para melhorar a estatística, vamos usar *três linhas para cada espectro*. São elas: A linha do O^+ em $\lambda_0 = 3727 \text{ \AA}$, $H\beta$ em $\lambda_0 = 4861 \text{ \AA}$ e a linha em $\lambda_0 = 5007 \text{ \AA}$ do O^{++} . Para facilitar a identificação destas linhas, o *espectro de calibração* na **figura 3.18** mostra como elas apareceriam em um objeto com $v_r = 0$, e portanto sem deslocamento Doppler. Note que este espectro contém outras linhas de emissão, como $H\gamma$ em 4340 \AA e outra linha do O^{++} em 4959 \AA . Porém, estas linhas não aparecem claramente nos espectros de algumas de nossas galáxias, de modo que vamos nos limitar às três linhas acima. Para usar a notação astrofísica, vamos chamá-las de [OII], $H\beta$ e [OIII] respectivamente.

Para cada galáxia, primeiramente identifique as três linhas de referência. (A intensidade das linhas pode variar de galáxia a galáxia, mas suas posições relativas no espectro são sempre as mesmas.) Naturalmente, elas aparecem deslocadas para maiores λ 's devido ao afastamento das galáxias. Com o auxílio de uma régua, meça o λ no qual a linha [OII] aparece. Repita o procedimento para $H\beta$ e [OIII]. Para cada um desses valores calcule a velocidade correspondente usando $v_r = c (\lambda - \lambda_0) / \lambda_0$, onde $c = 3 \times 10^5 \text{ km s}^{-1}$ é a velocidade da luz. Por exemplo, para a galáxia # 1 você deve encontrar a linha do [OII] em $\lambda \sim 3850 \text{ \AA}$, o que dá $v_r = 3 \times 10^5 (3850 - 3727) / 3727 = 9900 \text{ km s}^{-1}$.

Anote os valores de v_r ([OII]), v_r ($H\beta$) e v_r ([OIII]) na tabela, em unidades de km s^{-1} . Para cada galáxia, calcule a média $\langle v_r \rangle$ destas medidas. Para ter uma idéia da incerteza em v_r , calcule também o desvio padrão

$$\sigma(v_r) = [(1/3) \Sigma (v_r - \langle v_r \rangle)^2]^{1/2}$$

(É bem verdade que calcular um desvio padrão com apenas 3 pontos é forçar a barra, mas pelo menos você pega o espírito da coisa!)

Tabela do exercício 3.10

Galáxia	d (Mpc)	s (d) (Mpc)	v_r ([OII]) (km s^{-1})	v_r ($H\beta$) (km s^{-1})	v_r ([OIII]) (km s^{-1})	$\langle v_r \rangle$ (km s^{-1})	$S(v_r)$ (km s^{-1})
1							
2							

3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							

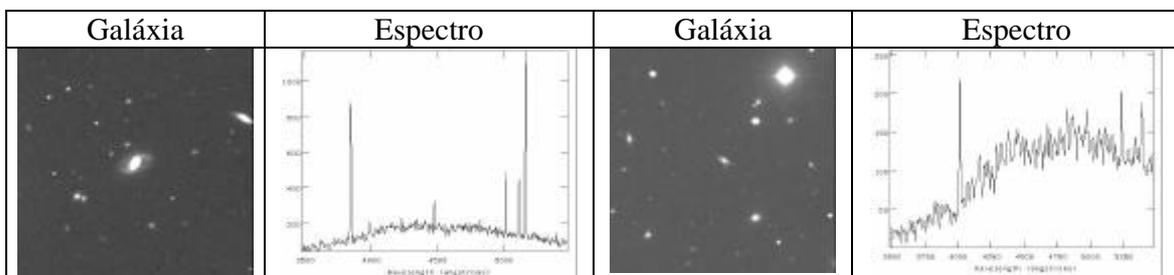
Medindo H_0

Chegou o grande momento! Para obter sua medida da constante de Hubble construa um gráfico com os valores de d na abcissa e $\langle v_r \rangle$ na ordenada. A rigor, você deve também indicar as barras de erro $\sigma(d)$ e $\sigma(v_r)$ em cada medida, pois não é aconselhável dar muita importância às medidas muito incertas.

Trace uma linha reta que passe pelos pontos. Faça isso de maneira que a reta também passe pela origem, pois a Lei de Hubble, $v_r = H_0 d$, é a equação de uma reta com coeficiente linear = 0 (ou seja, $y = a x + b$ com $b = 0$).

Para medir H_0 , basta você analisar o coeficiente angular da reta traçada. Por exemplo, se para um intervalo $\Delta d = 100$ Mpc no eixo horizontal a reta varre um intervalo $\Delta v_r = 5000$ km s⁻¹ no eixo vertical, $H_0 = \Delta v_r / \Delta d = 5000 / 100 = 50$ km s⁻¹ Mpc⁻¹. (Este *não* é o valor que você deve obter!)

A rigor, você deveria ajustar a equação $v_r = H_0 d$ aos dados, usando, por exemplo, um procedimento de mínimos quadrados. Este ajuste lhe daria o melhor valor de H_0 e uma estimativa da incerteza $\sigma(H_0)$. Uma estimativa mais artesanal de $\sigma(H_0)$ pode ser obtida traçando as retas de maior e menor inclinação que lhe pareçam aceitáveis. A diferença entre os valores de H_0 obtidos com estas duas retas pode ser usada como uma medida de $\sigma(H_0)$.



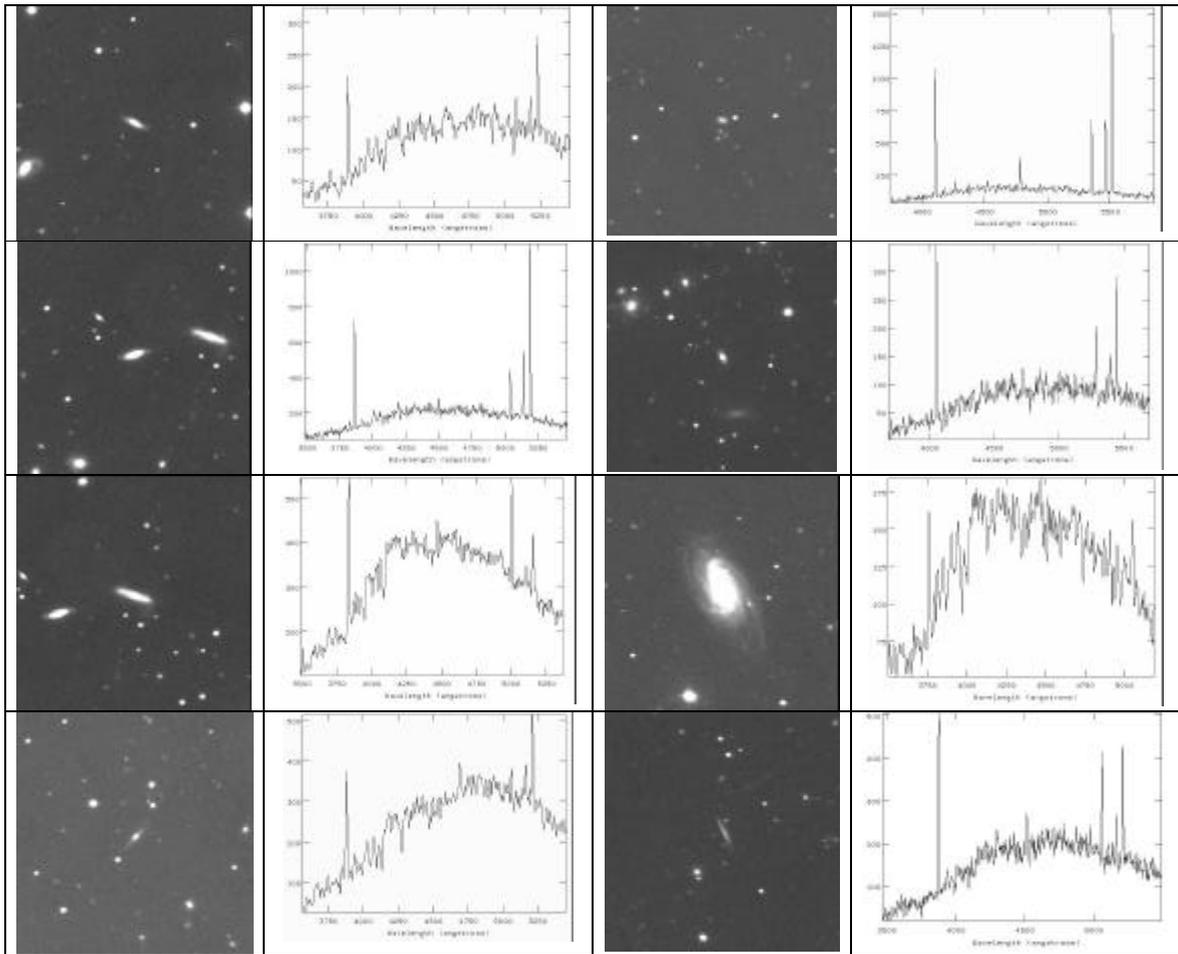


Figura 3.17 – 10 galáxias e seus respectivos espectros.

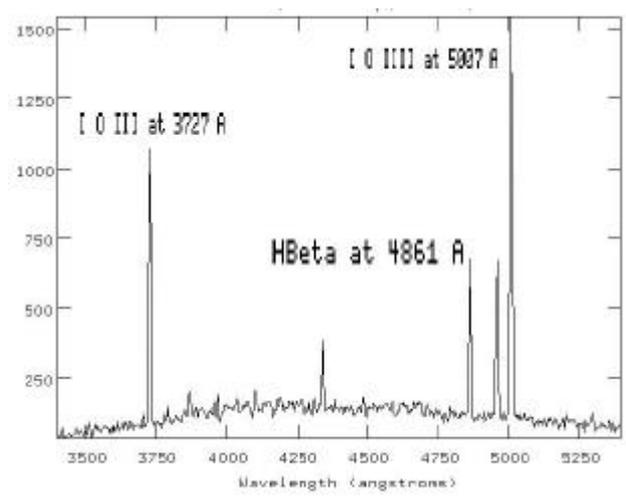


Figura 3.18 – Espectro de calibração.

Uma interpretação ingênua da lei de Hubble é a seguinte: Imagine que um tempo t_0 atrás, as galáxias estavam todas amontoadas ao redor da Via Láctea. Nesse instante “alguém” ou “algo” gritou “JÁ!”, e todas as galáxias, menos a nossa, saíram correndo para todos os lados, cada uma com sua velocidade. Uma galáxia que saiu com velocidade v hoje se encontra a uma distância $d = v t_0$. Invertendo essa equação obtemos $v = (1/t_0) d$, que é idêntica a Lei de Hubble, com $H_0 = 1/t_0$. Nesse modelo simples, as galáxias mais distantes estão longe simplesmente por que fogem mais rápido.

O que há de errado com esse modelo? Para começar, ele nos coloca em uma posição desconfortavelmente especial, o centro do Universo. A história da ciência já nos vacinou contra tais antropocentrismos. De fato, não há nenhuma evidência de que nossa galáxia seja especial; existem inúmeras outras “Vias Lácteas” universo afora. Um modelo no qual qualquer observador em *qualquer* galáxia tenha uma visão equivalente do universo seria mais aceitável. Esta é a essência do que cosmólogos chamam de **princípio cosmológico**. Outra falha desse modelo é que ele localiza o “**Big-Bang**” em um ponto do espaço, enquanto que modelos cosmológicos descrevem a expansão do universo como uma expansão *do* espaço, e não *no* espaço. Se a explosão tivesse ocorrido em um certo endereço cósmico (x,y,z) , certamente ele ainda conteria vestígios de tamanho evento. Este lugar especial não existe; *o universo não tem centro*. Por fim, a equação $d = v t_0$, que nada mais é que um movimento retilíneo uniforme, claramente ignora o efeito da atração gravitacional entre galáxias, que deve introduzir uma certa **desaceleração** na expansão do universo.

Apesar de errado, este modelo serve para ilustrar a conexão direta entre a constante de Hubble H_0 e a **idade do universo** t_0 . Mesmo em modelos cosmológicos mais elaborados a relação entre H_0 e t_0 difere pouco de $H_0 = 1/t_0$. Por exemplo, no modelo de Einstein-de-Sitter $H_0 = 2/3t_0$. Portanto, medindo H_0 podemos estimar a idade do universo!

EXERCÍCIO 3.11: Calcule a “idade do universo” $t_0 = 1/H_0$ para $H_0 = 500 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, tal qual medido originalmente por Hubble. Considerando que as estrelas mais velhas em nossa galáxia têm cerca de $1,5 \times 10^{10}$ anos de idade, você acha que este valor de H_0 pode estar correto? Repita o cálculo para $H_0 = 50$ e $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ e discuta a compatibilidade do resultado com a idade das estrelas mais velhas.

Durante a segunda metade do século XX, os valores de H_0 obtidos variaram entre 50 e $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, discrepância que foi motivo de muita controvérsia. Por exemplo, estudiosos de evolução estelar juravam de pés juntos que H_0 não pode ser $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, pois existem estrelas em nossa galáxia mais velhas do que a idade do universo que se deduz desse valor de H_0 . Alguns cosmólogos, por sua parte, diziam que os estudiosos de evolução estelar deveriam estudar mais e descobrir o que estavam fazendo de errado...

Devido a esta controvérsia, que apenas se dissipou nos últimos 10 anos, astrônomos inventaram a seguinte **notação**: $H_0 = h \times 100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, que basicamente substitui H_0

por uma constante de Hubble *adimensional*, h . Assim, quem prefere $H_0 = 50 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ usa $h = 0,5$, quem prefere $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ usa $h = 1$. Nesta notação, a distância a uma galáxia que se afasta a $v_r = 10000 \text{ km s}^{-1}$ é escrita como $d = 10000 / 100 = 100 h^{-1} \text{ Mpc}$. Portanto, não se surpreenda se um h misterioso aparecer “do nada” quando se menciona uma quantidade que depende de H_0 .

----- **QUADRO XVI – O destino do Universo: Expansão eterna ou colapso?** -----

O universo vai se expandir para sempre? Ou ele um dia parará e colapsará em um big-bang às avessas? Você certamente já ouviu muitas vezes essa questão. A chave para respondê-la é determinar a **densidade de matéria do universo**, pois quanto mais matéria houver maior será o freamento gravitacional da expansão. Vejamos como formalizar esta idéia.

Considere uma galáxia de massa m , a uma distância r de nós (**figura 3.19**). De acordo com a Lei de Hubble, ela se afasta com velocidade $v = H_0 r$, e portanto sua energia cinética é $E_{\text{cin}} = \frac{1}{2} m (H_0 r)^2$. Para calcular sua energia potencial vamos considerar apenas a atração gravitacional exercida pela massa $M(r)$ interior a r , e considerar esta massa como se ela estivesse toda concentrada em $r = 0$ (ver secção 3.2.3). Com estas hipóteses, $E_{\text{pot}} = -G m M(r) / r$. Sendo ρ a densidade média na esfera de raio r , podemos re-escrever $M(r) = \rho 4\pi r^3 / 3$ e portanto $E_{\text{pot}} = -4\pi G m \rho r^2 / 3$.

A energia total da galáxia, $E = E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}}$, pode ser negativa, positiva ou nula. Se $E > 0$, a atração gravitacional exercida pela massa $M(r)$ não é suficiente para parar m . Apesar da desaceleração, a galáxia continuará fugindo para sempre. Porém se $E < 0$, a galáxia não tem energia cinética suficiente para fugir de M para sempre. Ela eventualmente pára e começa a cair. Se estas afirmações lhe parecem “tiradas da cartola”, revise seu livro de Física I ou II, no capítulo de gravitação. Neste tratamento clássico, o problema é o mesmo que o arremesso de uma massa para o espaço. Se $E > 0$, ela vencerá o campo gravitacional da Terra e não retorna. Se $E < 0$, ela permanece ligada a Terra, e cairá como um giz atirado para cima.

A distinção entre uma expansão eterna e um eventual colapso pode portanto ser feita em termos de E . O divisor de águas é $E = 0$. Neste caso limítrofe temos que

$$E_{\text{cin}} = -E_{\text{pot}}$$

$$m (H_0 r)^2 / 2 = 4\pi G m \rho r^2 / 3$$

que fornece a seguinte expressão para ρ

$$\rho = \rho_{\text{crit}} = 3 H_0^2 / 8\pi G = 1,9 \times 10^{-26} h^2 \text{ kg m}^{-3}$$

Esta é a chamada **densidade crítica**. Se a densidade do universo for maior que ρ_{crit} então o colapso ocorrerá. Caso contrário, este é um universo em uma viagem apenas de ida. Estas duas possibilidades são chamadas de **universo fechado** e **universo aberto**.

Mas enfim, qual o valor de ρ , e como ele se compara com ρ_{crit} ? O universo é aberto ou fechado? Esta é uma das questões mais intensamente estudadas hoje em dia. Ainda não há uma resposta definitiva, mas várias evidências sugerem que $\rho < \rho_{\text{crit}}$, o que implica em uma expansão eterna. Estimativas para ρ variam entre ~ 10 e 40% de ρ_{crit} , incluindo a matéria escura. Há quem ache coincidência demais que, dentre tantos universos possíveis, ρ seja tão próximo de ρ_{crit} , e que, em nome da elegância e simplicidade, deveríamos tomar $\rho = \rho_{\text{crit}}$! Este argumento estético-filosófico é suportado por modelos cosmológicos, como o modelo do **universo inflacionário**, que postula $\rho = \rho_{\text{crit}}$. Curiosamente, estudos recentes sugerem que existe uma outra forma de energia no universo, a chamada **energia escura**, uma espécie de “anti-gravidade”, que, se incluída nas contas levaria a conclusão de que $\rho = \rho_{\text{crit}}$. Esta forma misteriosa de energia foi originalmente postulada por Einstein, que não se conformava com o fato de que suas equações teimavam em indicar que o universo não pode ser estático. Para resolver o “problema”, ele postulou a famigerada **constante cosmológica**. Ao tomar conhecimento dos resultados de Hubble, Einstein disse que havia cometido o maior erro de sua vida ao inventar a constante cosmológica, que nem ele sabia o que era. Nos últimos anos, porém, ela foi ressuscitada com base nos estudos observacionais que indicam a existência da misteriosa energia escura. Talvez o maior erro de Einstein tenha sido achar que cometeu um erro...

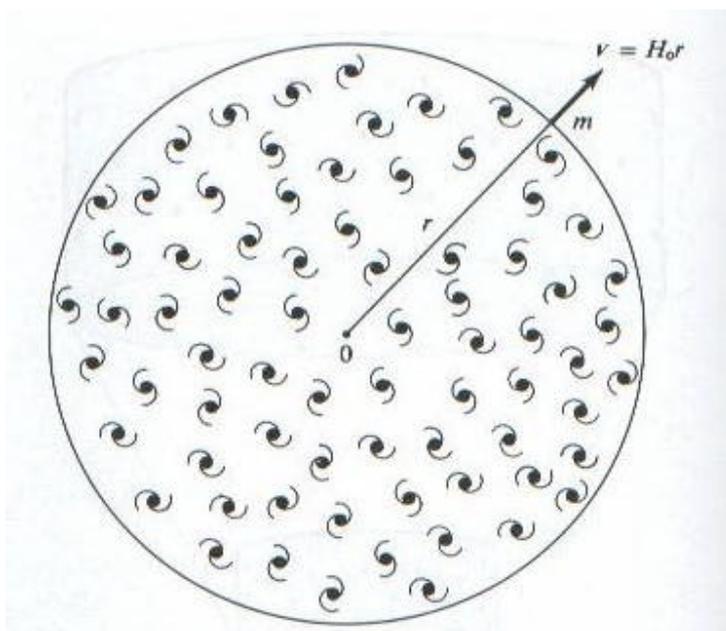


Figura 3.19 – Segundo a **cosmologia Newtoniana**, o movimento de uma galáxia a uma distância r de nós é ditado pela atração gravitacional exercida pela matéria dentro da esfera de raio r nesta figura. Se a densidade média nessa esfera for maior que a **densidade crítica** $\rho_{\text{crit}} = 3 H_0^2 / 8\pi G$ a galáxia eventualmente cessará sua fuga. Neste caso, o universo então colapsará sob a ação de seu próprio peso. Caso contrário, a expansão será eterna.

3.2.2 – Mapeando o Universo

A principal aplicação prática da Lei de Hubble é na medida das distâncias de galáxias. Junto com as coordenadas celestes (latitude e longitude no céu), a distância determina o *endereço tri-dimensional* de uma galáxia no universo! A partir de medidas espectroscópicas de v_r , podemos construir um **mapa da distribuição de galáxias no universo**.

Este mapa é bastante mais custoso de construir do que os mapas bidimensionais discutidos na secção 2.3.5, que requerem apenas imagens, pois o tempo de exposição necessário para se obter um espectro é bem maior do que o tempo para se obter uma imagem. Por que? Pense assim: No fundo, um espectro é como um monte de imagens em filtros bem estreitos. Para que um espectro com resolução espectral $\Delta\lambda = 10 \text{ \AA}$ tenha a mesma *qualidade* de uma imagem na banda V, que varre o intervalo de $\lambda = 5000$ a 6000 \AA , ele deve conter *em cada “canal”* $\Delta\lambda$ o mesmo número total de fótons que a imagem. Como o filtro V é 100 vezes mais largo que $\Delta\lambda$, isto requer tempos de exposição 100 vezes maiores.

Obter espectros para todas galáxias conhecidas ainda é impraticável. Uma alternativa é selecionar uma área do céu e obter espectros para todas galáxias conhecidas nesta área, ou pelo menos para todas brilhantes o suficiente. A **figura 3.20a** mostra um exemplo no qual escolhemos uma fatia fina do céu, de $70^\circ \times 2^\circ$. Como somente obteremos espectros para as galáxias mais brilhantes que um certo fluxo limite F_{lim} , nosso mapa só conterà galáxias até uma distância limite $d_{\text{lim}} = (L / 4\pi F_{\text{lim}})^{1/2}$, que, para a luminosidade L de galáxias normais corresponde a $\sim 6 \times 10^8$ anos-luz = 184 Mpc. (Em velocidade este limite corresponde a $v_r = H_0 d_{\text{lim}} = 18400 h \text{ km s}^{-1}$.) Além desta distância apenas galáxias muito luminosas serão detectadas, o que faz com que o mapa seja muito incompleto para $d > d_{\text{lim}}$. O *volume* a ser explorado tem portanto o formato de uma *fatia de pizza* (**figura 3.20b**), onde o vértice corresponde a nossa posição.

Depois de vários turnos de observação, coletamos algumas centenas de espectros, dos quais medimos v_r e inferimos $d = v_r / H_0$. É chegada a hora de construir o mapa. É sempre difícil fazer um gráfico tri-dimensional, mas como neste caso o volume é tipo fatia de pizza, um mapa 3D é praticamente 2D. O resultado é ilustrado na **figura 3.20c**. A distribuição de galáxias *não é homogênea*. Galáxias se distribuem em uma bela “teia”, com filamentos e “paredes” ao redor de gigantescos **vazios**, que lembra a estrutura de uma *esponja*. Nas intersecções desses filamentos encontram-se grandes **aglomerados de galáxias**, como os que discutiremos logo abaixo.

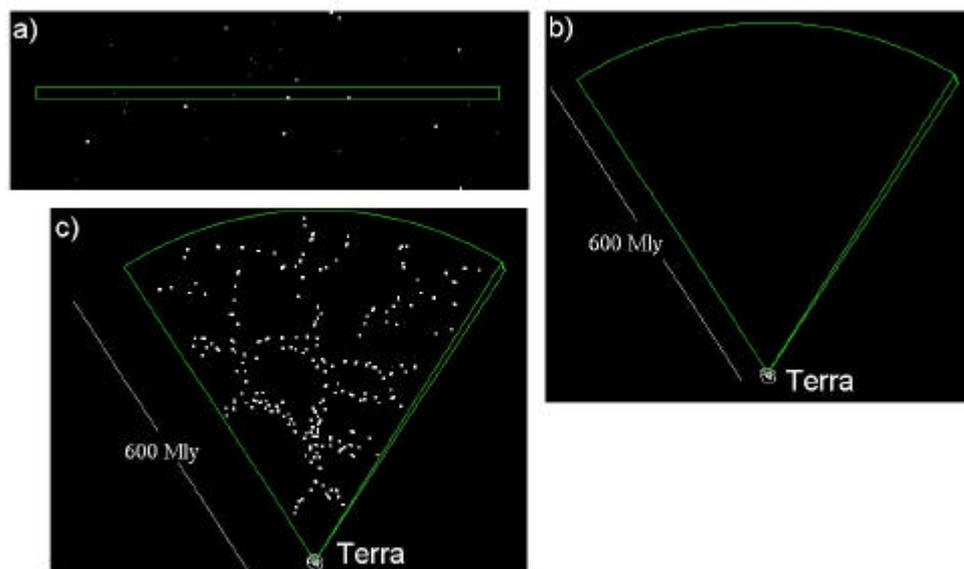


Figura 3.20 – Mapeamento da distribuição de galáxias em uma região do céu. (a) Primeiro seleciona-se a área a ser estudada, neste caso uma faixa estreita de $\sim 70^\circ \times 2^\circ$. (b) Obteremos espectros das galáxias até $d = 6 \times 10^8$ anos-luz dentro deste retângulo, o que define um volume com forma similar à de uma fatia de pizza. (c) Mapa da distribuição 3D de galáxias nesse volume, com distâncias medidas através da Lei de Hubble.

Este tipo de trabalho é chamado de “*redshift survey*”, que poderíamos traduzir como “levantamento de velocidades radiais”. A **estrutura em grande escala do universo** revelada por esses levantamentos está diretamente relacionada à evolução do universo como um todo, tema que pertence à fascinante área da **cosmologia**. Há muitos anos astrofísicos teóricos vem desenvolvendo **simulações** da formação e evolução de estruturas no universo. A **figura 3.21a** mostra uma simulação deste tipo. A estrutura simulada é razoavelmente similar à observada, o que demonstra que a teorias estão, pelo menos, aproximadamente corretas. Em termos gerais, a teoria por trás dessas simulações descreve a competição entre a atração gravitacional e a expansão do universo. A gravidade tende a frear a expansão, e formar estruturas que aos poucos se fragmentam (formando galáxias) e coagulam (formando aglomerados, super-aglomerados, etc.). O crescimento de estruturas é, de certa forma, análogo ao crescimento de cidades na Terra, com cidades satélites se aglutinando ao redor de metrópoles. A **figura 3.21b** ilustra esta analogia.

A descrição teórica desse processo envolve várias hipóteses, desde as condições físicas no **big-bang** até a natureza da **matéria escura**, sobre as quais ainda há muita incerteza. Em um futuro próximo, novas observações permitirão testar essas hipóteses de modo mais conclusivo. Com o contínuo aprimoramento das observações da estrutura em grande escala, astrônomos estão aos poucos se aproximando de uma resposta.

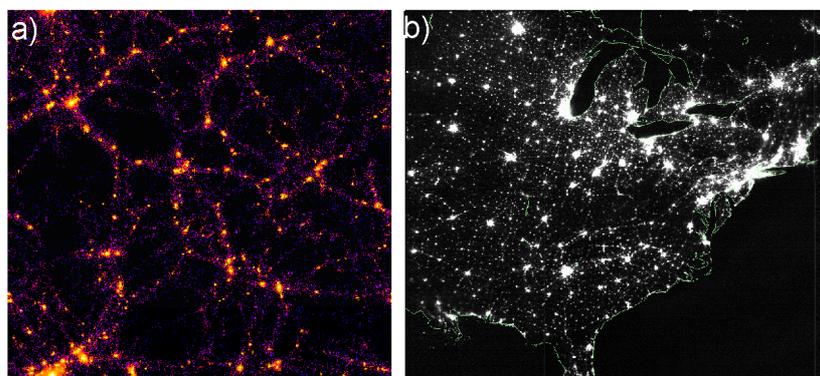


Figura 3.21 – (a) Simulação da distribuição de galáxias no universo. (b) Mapa dos Estados Unidos à noite. A distribuição de cidades neste mapa se assemelha qualitativamente à distribuição de galáxias.

3.2.3 – Movimentos internos: Aglomerados de galáxias

Além de permitir medir a velocidade com que certo objeto se aproxima ou se afasta de nós, o efeito Doppler também nos permite estudar **movimentos internos** ao objeto, ou seja, como as partículas que o constituem se movem *umas em relação às outras*. Vários tipos de objetos podem ser estudados dessa maneira. Nas seções que seguiremos veremos alguns exemplos, começando por aglomerados de galáxias.

Algumas galáxias são encontradas em pares. Outras, como a Via-Láctea, vivem solteiras, mas carregam um séquito de pequenos satélites (como as Nuvens de Magalhães e outras pequenas galáxias que nos orbitam). Outras vivem em conjuntos pequenos ou subúrbios com algumas dezenas de galáxias, que astrônomos denominam **grupos de galáxias**. (A Via Láctea, por exemplo, pertence ao **Grupo Local**, que contém Andrômeda e ~ 30 galáxias de menor porte.) Outras são encontradas em grupos maiores, chamados *aglomerados*.

Aglomerados de galáxias são metrópoles cósmicas gigantes, contendo milhares de galáxias concentradas em uma região de raio da ordem de $R = 1$ Mpc. Os aglomerados mais próximos, como o da Virgem e o de Coma Berenices (**figura 3.22**), cobrem vários graus no céu! Naturalmente, as galáxias não estão paradas. Elas se movimentam sob o comando do campo gravitacional do aglomerado. As galáxias dançam ao redor do centro do aglomerado com velocidades de $\sim 1000 \text{ km s}^{-1}$, em um vai-vem que lembra um enxame de abelhas, ou moscas ao redor de um pão, tal qual ilustrado na **figura 3.25**. (Uma curiosidade: Em Portugal aglomerados de galáxias são chamados de “*enxames de galáxias*”, uma expressão gozada – como não poderia deixar de ser – porém mais adequada neste caso.) Este tipo de movimento, que consiste de órbitas altamente excêntricas, é às vezes chamado de **movimento randômico**, ou **movimento peculiar**. Quanto maior a massa do aglomerado, maior a força gravitacional sentida por cada galáxia e mais rápido ela se move.

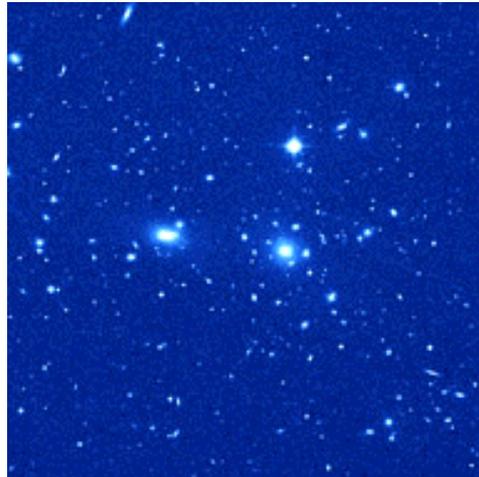


Figura 3.22 – Imagem das partes centrais do aglomerado de Coma.

Podemos medir a velocidade para galáxias de um aglomerado usando a mesma técnica usada por Hubble. Do espectro da galáxia número i deduzimos sua velocidade na linha de visada $v_{r,i}$. Após observar N galáxias, calculamos a **média**

$$\langle v_r \rangle = \sum v_{r,i} / N$$

e o **desvio padrão** de v_r :

$$\sigma_r = [(\sum (v_{r,i})^2 / N) - (\sum v_{r,i} / N)^2]^{1/2} = [\langle v_r^2 \rangle - \langle v_r \rangle^2]^{1/2}$$

A velocidade média $\langle v_r \rangle$ apenas nos diz com que velocidade o aglomerado *como um todo* se afasta de nós devido à expansão do universo. Podemos usá-la para, com o auxílio da Lei de Hubble, calcular a distância até o aglomerado. Por exemplo, para as galáxias do aglomerado de Coma Berenices, $\langle v_r \rangle = 7000 \text{ km s}^{-1}$, o que implica uma distância $d = \langle v_r \rangle / H_0 = 70 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ (lembre-se que $h = H_0 / 100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$). Como esse movimento já foi discutido, no que segue vamos adotar $\langle v_r \rangle = 0$, ou seja, vamos *descontar o afastamento do aglomerado*, o que equivale a nos situar em um referencial no centro do aglomerado.

Já o desvio padrão σ_r , que astrônomos chamam de **dispersão de velocidades**, reflete o **movimento interno** das galáxias no aglomerado, devido à força gravitacional do aglomerado. Este é o movimento que nos interessa aqui.

Como já alertamos, v_r é apenas uma das três componentes de um vetor de velocidades $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$. No caso de sistemas de simetria esférica, a ausência de um eixo preferencial sugere que o movimento deve ser similar ao longo dos eixos x , y e z . Assim, sendo $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ o quadrado do módulo de velocidade de uma galáxia, podemos supor que *em média* $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$. Podemos identificar a linha de visada com,

digamos, o eixo x , de modo que $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_r^2 \rangle = \sigma_r^2$. Em média, portanto, $\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle = 3 \langle v_x^2 \rangle = 3 \sigma_r^2$. Ou seja, multiplicando por $3^{1/2}$ a dispersão de velocidades σ_r medida ao longo da linha de visada, obtemos a dispersão de velocidades tridimensional!

Para que serve isso? A principal aplicação de σ_r é na estimativa da *massa* do aglomerado. Galáxias se movem mais rápido quanto maior for a massa que gera o potencial no qual elas vivem, de modo que espera-se que quanto maior σ_r maior a massa M do sistema. Matematicamente, esta relação se dá através do **Teorema do Virial**, que diz que, em um sistema em equilíbrio, as energias cinética e potencial se relacionam da seguinte maneira:

$$2 E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}} = 0$$

EXERCÍCIO 3.12: Verifique que o movimento da Terra em torno do Sol satisfaz o teorema do Virial. Lembre-se que a energia potencial nesse caso é $-GM_{\text{Terra}} M_o / R$, onde R é a distância Terra-Sol.

Em um aglomerado de galáxias, E_{cin} nada mais é do que a soma das energias cinéticas de cada galáxia, $E_{\text{cin}} = \sum 1/2 m v^2$. Para simplificar, vamos assumir que todas as galáxias têm a mesma massa. Assim, $E_{\text{cin}} = \sum 1/2 m v^2 = 1/2 m \sum v^2 = 1/2 m N \sigma^2 = 1/2 M \sigma^2$ onde $M = N m$ é a massa total em galáxias. Nessa expressão, podemos substituir $\sigma^2 = 3 \sigma_r^2$, onde σ_r é a dispersão de velocidades medida, tal qual definida acima.

A energia potencial total E_{pot} é o resultado da soma da energia potencial gravitacional $-G m_i m_j / r_{ij}$ de cada par de galáxias no aglomerado. Ela portanto depende tanto da massa total do aglomerado como da separação média entre as galáxias. Feitas as contas, chega-se à

$$E_{\text{pot}} = - G M^2 / 2 R$$

onde R é o raio do aglomerado. Na verdade, nessa expressão R é o raio no qual a densidade superficial de galáxias cai à metade do valor encontrado no centro do aglomerado (que astrônomos chamam de *raio de "core"*), mas vamos ignorar tais sutilezas técnicas. O importante é que R é uma quantidade que podemos medir diretamente a partir de imagens do aglomerado.

Inserindo essas expressões para E_{cin} e E_{pot} no Teorema do Virial, obtemos, após uma álgebra trivial, uma expressão para a **massa** do aglomerado:

$$M = 2 R \sigma^2 / G = 6 R \sigma_r^2 / G$$

que, expressa nas unidades naturais do problema, fica

$$M = 1,4 \times 10^{15} M_{\odot} (R / \text{Mpc}) (\sigma_r / 1000 \text{ km s}^{-1})^2$$

EXERCÍCIO 3.13: Deduza a equação acima para a massa M do aglomerado.

A importância dessa relação é óbvia: Medindo R e σ_r , podemos estimar a *massa do aglomerado!* (Isso é extremamente conveniente, já que jamais poderemos trazer um aglomerado de galáxias para dentro de um laboratório e pesá-lo em uma balança...) Quando as primeiras aplicações dessa expressão tão simples foram realizadas, os resultados foram surpreendentes. Veja você mesmo, resolvendo o exercício abaixo!

EXERCÍCIO 3.14: A tabela abaixo lista a velocidade ao longo da linha de visada v_r para 20 das milhares de galáxias do aglomerado de Coma Berenice (**figura 3.22**).

- Calcule a média ($\langle v_r \rangle$) e o desvio padrão (σ_r) das v_r 's nesta lista. Você deveria obter $\langle v_r \rangle$ um pouco maior que 7200 km s^{-1} e $\sigma_r = 1127 \text{ km s}^{-1}$ se você usa $N^{1/2}$ na definição de desvio padrão ou 1156 km s^{-1} se você usa $(N-1)^{1/2}$.
- Feito isso, obtenha a distância ao aglomerado através da lei de Hubble, $\langle v_r \rangle = H_0 d$. Use o valor de $\langle v_r \rangle$ obtido acima e $H_0 = 100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ para a constante de Hubble.
- O aglomerado cobre um raio angular $\theta = 0,33^\circ$. (Na verdade este é apenas o “raio de core”. Coma contém galáxias bem mais espalhadas no céu.) Converta θ em um raio físico $R = d \theta$. (Não se esqueça de converter θ em raios!)
- Usando o teorema do Virial, $M = 2 R \sigma_r^2 / G = 6 R \sigma_r^2 / G$, mostre que a massa do aglomerado é $M_{\text{Virial}} \sim 7,5 \times 10^{14} M_{\odot}$.

Tabela III – Velocidade ao longo da linha de visada para algumas galáxias do aglomerado de Coma Berenice

Galáxias #	v_r (km s^{-1})
1	7336
2	8300
3	6719
4	5327
5	8054
6	8085
7	7203
8	6948
9	8164
10	5445

11	7441
12	6845
13	6424
14	7026
15	6969
16	10504
17	5498
18	7063
19	7547
20	7384

Em princípio, essa massa deveria estar contida nas galáxias do aglomerado. Porém, através da fotometria do aglomerado, sabemos que a luminosidade total de todas suas galáxias é $L_{\text{tot}} \sim 2 \times 10^{13} L_{\odot}$. Combinando esta medida com a da massa acima, concluímos que a cada L_{\odot} do aglomerado correspondem $\sim 38 M_{\odot}$.

Este número é muito grande! *Nenhuma estrela que se preze emite tão pouca luz por unidade de massa!* Assumindo que as estrelas das galáxias em Coma são em média iguais ao Sol (o que não é uma aproximação muito ruim), da luminosidade total de $2 \times 10^{13} L_{\odot}$ deduziríamos uma massa de apenas $M_{*} \sim 2 \times 10^{13} M_{\odot}$. Isso é muitas vezes *menor* do que a massa obtida pelo teorema do Virial! Existe uma enorme discrepância entre a **massa luminosa**, que deduzimos a partir de L_{tot} , e a **massa dinâmica**, ou seja, a massa que causa o movimento de galáxias no aglomerado (medida pelo teorema do Virial). Obviamente, não estamos vendo toda massa que causa o movimento das galáxias em Coma...

O astrônomo suíço Fritz Zwicky foi o primeiro a concluir (em 1933) que as massas de aglomerados de galáxias medidas pelo teorema do Virial são cerca de *dez vezes maior* do que a soma das massas das galáxias, ou seja, a **massa visível** no aglomerado. É bem verdade que Zwicky, que não dispunha de telescópios de raios-X, não sabia que aglomerados contêm um bocado de gás quente entre as galáxias (vide exercício 3.7 e **figura 3.14**). Porém, mesmo incluindo a massa do gás intra-aglomerado no computo da **massa luminosa**, o problema não desaparece: $M_{\text{visível}} = M_{*} + M_{\text{gas}} \sim 2 \times 10^{13} + 4 \times 10^{13} = 6 \times 10^{13} M_{\odot}$, o que equivale a apenas 8% de $M_{\text{Virial}} \sim 7,5 \times 10^{14} M_{\odot}$. *Mais de 90% da massa em aglomerados de galáxias está na forma de matéria escura!*

Se você desconfia que este número nasce de alguma hipótese errada nas contas acima, saiba que medidas da massa usando métodos completamente diferentes levam a mesma conclusão. Um destes métodos faz uso do fenômeno de **lentes gravitacionais**. A trajetória da luz de um astro distante pode ser desviada pela curvatura do espaço-tempo causada por um corpo massivo. Por exemplo, uma galáxia muito distante, localizada *atrás* de um aglomerado de galáxias, terá sua imagem distorcida ao atravessar o aglomerado, criando figuras bastante bonitas, como no exemplo da **figura 3.23**. Mesmo sem entender patavinas de relatividade geral, é fácil aceitar a idéia básica de que esta distorção depende da massa da “lente”, neste caso do aglomerado. As massas obtidas dessa maneira superam

em muito a massa visível, corroborando portanto a idéia de matéria escura. Voltaremos a nos deparar com a tal matéria escura abaixo, ao discutir a rotação de galáxias espirais.

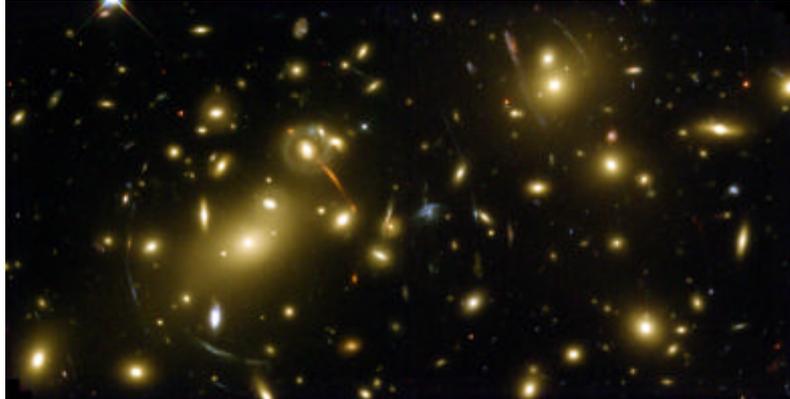


Figura 3.23 – Imagem do aglomerado de galáxias Abell 2218, obtida com o Telescópio Espacial Hubble. A “teia” de arcos é o resultado do fenômeno de **lentes gravitacionais**, originalmente previsto por Einstein no contexto da Teoria da Relatividade Geral. O aglomerado é tão compacto e massivo que a luz que o atravessa é desviada por seu enorme campo gravitacional, mais ou menos como uma lente óptica colima um feixe de luz. Raios de luz de uma galáxia *atrás* do aglomerado que não apontavam para nós são dessa maneira redirecionados em nossa direção. Nesse processo, a luz que vem de objetos atrás do aglomerado é amplificada e distorcida, criando as múltiplas imagens que vemos acima. Abell 2218 está a uma distância de ~ 2 bilhões de anos luz, enquanto a galáxia atrás dele, cuja imagem é distorcida pelo efeito de lente, está ~ 5 vezes mais distante! Além de permitir estudar a distribuição de massa em aglomerados, lentes gravitacionais nos permitem estudar galáxias extremamente distantes, e assim investigar o passado remoto do universo.

Você deveria estar se perguntando: Afinal, *do que é feita a matéria escura*? Tudo o que podemos dizer é que você não é o(a) único(a)! A natureza da matéria escura ainda é um mistério, um dos maiores problemas em aberto da astrofísica contemporânea.

3.2.4 – Alargamento de linhas espectrais: Aglomerados globulares

Aglomerados globulares são conjuntos de ~ 10^5 estrelas “espremidas” dentro de ~ 1 pc ou menos (**figura 3.24a**). Assim como galáxias em um aglomerado de galáxias, as estrelas de um aglomerado globular se movem como um enxame de abelhas (**figura 3.25a**), dançando ao redor do centro em órbitas altamente excêntricas com velocidades da ordem de 10 km s^{-1} .

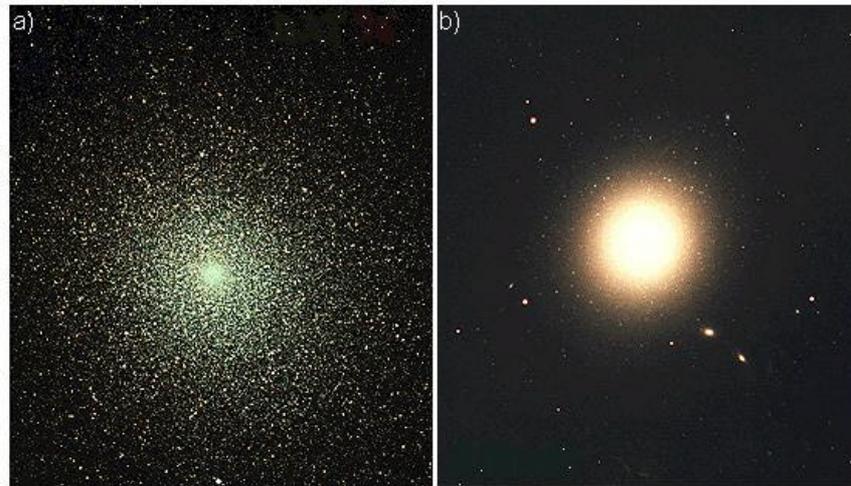


Figura 3.24 – (a) Um aglomerado globular em nossa galáxia. (b) Uma galáxia elíptica. Note como se podem distinguir estrelas individuais nas partes externas do aglomerado globular, o que não é possível na galáxia elíptica devido a sua grande distância.

A analogia com o que vimos sobre aglomerados de galáxias é evidente, o que nos sugere que podemos empregar as mesmas ferramentas para medir a *massa* desses aglomerados estelares a partir de medidas da dispersão de velocidades σ_r . De fato, esses dois problemas são formalmente idênticos. Porém, existe uma *diferença técnica*: Em aglomerados de galáxias, as galáxias estão bem separadas no céu, o que nos permite apontar o telescópio para cada uma delas e obter espectros individuais, dos quais inferimos v_r pelo deslocamento Doppler de suas linhas espectrais. Já aglomerados globulares são tão compactos que é muito difícil obter espectros para cada uma de suas estrelas. Na prática apontamos o telescópio para o aglomerado e obtemos o *espectro integrado* de todas suas estrelas. Como, então, faremos para inferir o desvio padrão σ_r das velocidades estelares a partir de um só espectro?

Em poucas palavras, a resposta é: pelo **alargamento** das linhas espectrais causado pelos movimentos das estrelas dentro do aglomerado. Em muitas palavras, a explicação é a seguinte. Imagine que cada uma das estrelas exiba, em seu espectro de absorção, a linha K do Cálcio uma vez ionizado, em $\lambda_0 = 3933,6 \text{ \AA}$. Uma das estrelas do aglomerado tem um vetor de velocidade \mathbf{v} cujo módulo é 20 km s^{-1} e cuja direção faz um ângulo θ de 30° com respeito à linha de visada, isto é, com respeito à linha que sai da Terra e aponta para a estrela. A componente de \mathbf{v} na linha de visada é portanto $v_r = v \cos \theta = +17,32 \text{ km s}^{-1}$. A estrela se *afasta* de nós a $17,32 \text{ km s}^{-1}$, de modo que sua linha K está deslocada $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \lambda_0 v_r/c$, $\Delta\lambda = 3933,6 \times 17,32 / 3 \times 10^5 = 0,23 \text{ \AA}$ para o vermelho de λ_0 . Já uma outra estrela tem uma velocidade também de 20 km s^{-1} em módulo, mas move-se com um ângulo $\theta = 120^\circ$ com respeito à linha de visada, de modo que ela se *aproxima* de nós a $v_r = v \cos \theta = -10,00 \text{ km s}^{-1}$. Enquanto a linha K da estrela anterior aparece em $\lambda = 3933,83 \text{ \AA}$, para esta a linha aparece deslocada para o azul, em $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda = 3.933,60 (1 - 10,00 /$

$3 \cdot 10^5$) = 3933,47 Å. Pequenas diferenças, mas que podem ser medidas, e para muitas outras linhas.

EXERCÍCIO 3.15: Faça um desenho com estrelas viajando à diferentes ângulos com respeito à linha de visada, ilustrando projeção do vetor \mathbf{v} em v_r tal qual discutido acima.

Ao apontar um telescópio para o aglomerado, coletaremos a luz proveniente de *todas* suas estrelas (ou pelo menos de um grande número delas, dependendo da resolução angular e outros detalhes técnicos). Se as estrelas estivessem congeladas ($\mathbf{v} = 0$), seus espectros apareceriam perfeitamente superpostos. Se, além disso, todas as estrelas fossem idênticas ao Sol (o que não é verdade, mas não afeta o argumento), o que obteríamos seria apenas o espectro de um “super-Sol”, com luminosidade $\sim 10^5 L_{\odot}$, mas forma idêntica ao espectro do Sol. A linha K teria uma largura $\Delta\lambda$ estreita, igual a sua largura no Sol. Mas como as estrelas se movem, cada uma exibe a linha K em um λ diferente e o que observamos é uma linha **alargada** em λ , tal qual ilustrado na **figura 3.25**.

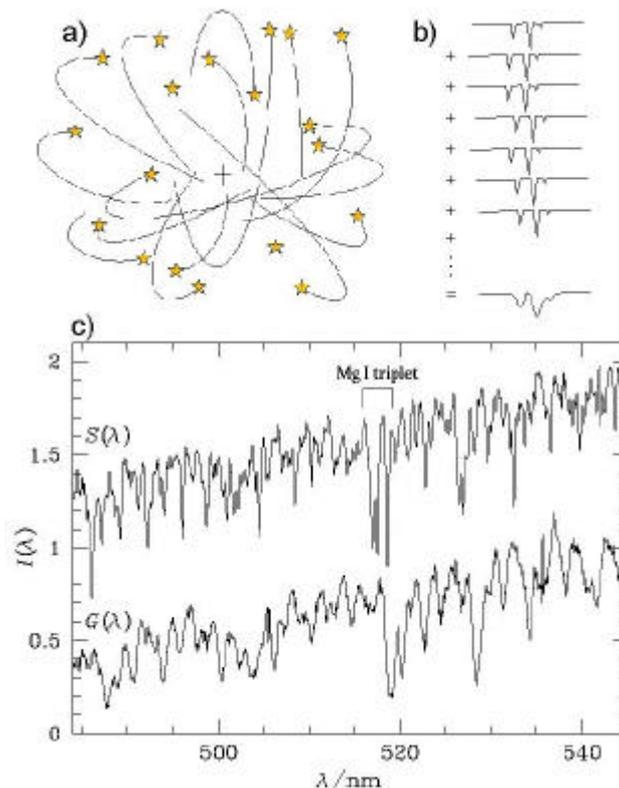


Figura 3.25 – (a) Em aglomerados globulares, assim como em galáxias elípticas e em bojos de galáxias espirais, estrelas descrevem órbitas excêntricas, como abelhas em um enxame. (b) Linhas de absorção no espectro de cada estrela do aglomerado são deslocadas devido a

seu movimento ao longo da linha de visada. Como v_r é diferente para cada estrela, na soma dos espectros estelares individuais as linhas de absorção aparecem *alargadas*. Da largura das linhas de absorção podemos inferir a velocidade típica das estrelas. (c) Comparação entre o espectro de uma estrela e o do núcleo de uma galáxia. As linhas de absorção (em particular o tripleto do Mg perto de $\lambda = 5200 \text{ \AA}$) são mais largas na galáxia do que no espectro de uma estrela. Esse alargamento faz com que o espectro da galáxia pareça uma versão suavizada do espectro da estrela.

Obviamente, *a largura da linha será tanto maior quanto maior for a velocidade das estrelas*. Digamos, apenas para simplificar, que todas estrelas se movem com $v = 20 \text{ km s}^{-1}$, mas cada uma em sua direção. Neste caso, como $0 \leq \theta \leq 360^\circ$, teríamos que $-20 \text{ km s}^{-1} \leq v_r = v \cos \theta \leq +20 \text{ km s}^{-1}$, de modo que os maiores deslocamentos Doppler da linha K seriam $0,26 \text{ \AA}$ para o azul e $0,26 \text{ \AA}$ para o vermelho e a linha varreria o intervalo entre $\lambda_{\min} = \lambda_0(1 - v/c) = 3933,34 \text{ \AA}$ e $\lambda_{\max} = \lambda_0(1 + v/c) = 3933,86 \text{ \AA}$. Portanto, medindo a largura de um extremo ao outro da linha, obteríamos $\Delta\lambda = \lambda_{\max} - \lambda_{\min} = 2 \lambda_0 v/c$, o que nos permite deduzir a velocidade v com que as estrelas se movem dentro do aglomerado!

Existem várias possíveis definições para a largura de uma linha, todas elas qualitativamente equivalentes. No exemplo acima, definimos $\Delta\lambda$ como o intervalo entre o comprimento de onda no qual a linha começa a aparecer (λ_{\min}) e aquele no qual ela some outra vez no contínuo (λ_{\max}), ou seja, definimos $\Delta\lambda$ como a largura da linha em sua base. Uma outra medida freqüentemente usada é a **largura à meia altura**, que simplesmente conta quantos \AA existem entre um lado e outro da linha, medindo este intervalo quando $F(\lambda)$ se encontra na metade do caminho entre a base e o fundo da linha. Na prática, é mais comum ajustar o perfil da linha com uma função Gaussiana, do tipo $\exp[-(\lambda - \lambda_0)^2 / 2\sigma_\lambda^2]$, cuja profundidade e largura é determinada por métodos numéricos padrões. Para linhas com forma Gaussiana, é fácil provar que a largura à meia altura vale $2,35 \sigma_\lambda$, o que prova a equivalência das duas definições. Para converter esta largura em comprimento de onda em uma medida das velocidades das estrelas dentro do aglomerado basta usar $\sigma_\lambda = \lambda_0 \sigma_r/c$.

O valor de σ_r obtido dessa maneira é precisamente a **dispersão de velocidades** que buscamos! Para justificar esta afirmativa, temos que estudar como estrelas se movem dentro de um aglomerado. A interação gravitacional entre estrelas em um aglomerado globular faz com que elas atinjam um estado de equilíbrio análogo ao equilíbrio termodinâmico entre moléculas do ar. Nesse equilíbrio, as *energias cinéticas* das partículas se distribuem segundo uma **distribuição de Maxwell-Boltzmann** (consulte seu livro preferido de termodinâmica ou mecânica estatística), enquanto suas *velocidades* se distribuem segundo uma **distribuição Gaussiana**. Em *uma dimensão*, o número de átomos com velocidades entre v_r e $v_r + dv_r$ é proporcional à $\exp[-(v_r - \langle v_r \rangle)^2 / 2\sigma_r^2]$. Essa forma Gaussiana será também a forma da linha de absorção, que será mais profunda em seu centro do que nas “asas”. Existe, portanto, uma fundamentação teórica por trás da escolha de uma Gaussiana no ajuste de linhas. Além disso, é fácil provar que o σ_r que entra nessa expressão é o **desvio padrão** das velocidades v_r para o conjunto de estrelas. Para converter esta dispersão de velocidades unidimensional σ_r em uma dispersão em três dimensões, σ , nos

valemos do argumento de simetria já empregado no caso de aglomerados de galáxias: $\sigma = 3^{1/2} \sigma_r$.

De posse dessa medida espectroscópica de σ_r e de uma imagem que nos forneça o raio R do aglomerado, podemos calcular sua massa usando o Teorema do Virial.

EXERCÍCIO 3.16: O aglomerado globular ω -Centauri (que você pode ver a olho nu na constelação do Centauro, próximo ao Cruzeiro do Sul) possui um raio angular de 153 segundos de arco e uma luminosidade total de $L \sim 10^6 L_\odot$. Medidas espectroscópicas nos dizem que a linha do Ca^+ em $\lambda_0 = 3933,60 \text{ \AA}$ sofre um alargamento Gaussiano com $\sigma_\lambda = 0,18 \text{ \AA}$ devido ao movimento interno de suas estrelas

- Sabendo que ω -Centauri está a uma distância $d = 5,1 \text{ kpc}$, mostre que seu raio físico é $R = 3,8 \text{ pc}$.
- Calcule a dispersão de velocidades $\sigma_r = c \sigma_\lambda / \lambda_0$ ao longo da linha de visada e a dispersão de velocidades tri-dimensional σ , ambas em km s^{-1} .
- Segundo o **Teorema do Virial**, σ , R e a massa M do aglomerado estão relacionados por $M = 2 \sigma^2 R / G$. Calcule M (em massas solares).
- Calcule quantas massas solares emitem cada luminosidade solar nesse aglomerado. Em outras palavras, calcule a **razão massa-luminosidade** M/L em unidades de M_\odot/L_\odot .
- Compare esse valor com o obtido para o aglomerado de galáxias de Coma (exercício 3.14). Considerando que em estrelas de baixa massa, como as que vivem em ω -Centauri, a razão M/L é da ordem de 1, você acha que há necessidade de invocar matéria escura em ω -Centauri?
- Você deveria encontrar que M/L é *muito menor* em ω -Centauri do que em Coma. Enquanto para o primeiro *não* há evidência de **matéria escura**, para o segundo a evidência é inequívoca. Conclui-se, portanto, que, seja lá o que for, a matéria escura está distribuída espacialmente em escalas muito maiores do que as de aglomerados globulares. Existe muita matéria escura, mas ela está tão espalhada que tem uma influência desprezível na dinâmica de objetos “pequenos”.

3.2.5 – Galáxias elípticas e bojos de espirais

Podemos aplicar exatamente a mesma análise para **galáxias elípticas** (**figura 3.24b**) e **bojos** de galáxias espirais. Ambos tipos de sistema se parecem a aglomerados globulares sob muitos aspectos, como a geometria, órbitas estelares e até a idade típica das estrelas. A diferença, claro, é que são bem maiores (R da ordem de alguns kpc) e muito mais massivos ($M > 10^9 M_\odot$). O poço de potencial é mais profundo do que em aglomerados globulares, o que faz com que estrelas e movam mais rápido. Não é surpreendente, portanto, que enquanto $\sigma_r \sim 10\text{--}20 \text{ km s}^{-1}$ em aglomerados globulares, os valores medidos em galáxias elípticas e bojos são bem maiores, da ordem de $\sigma_r \sim 200 \text{ km s}^{-1}$. As linhas de

absorção ficam bem mais largas do que em estrelas, como mostra o exemplo na **figura 3.25c**. Por esse motivo, a *resolução espectral* necessária para medir σ_r em galáxias não precisa ser tão boa quanto para realizar a mesma medida em aglomerados globulares.

3.2.6 – Alargamento térmico

Em toda análise acerca do alargamento de linhas espectrais devido ao movimento das estrelas fizemos a hipótese de que nas estrelas individuais as linhas são *muito estreitas*. Implicitamente, tratamos o espectro intrínseco de cada estrela como se suas linhas de absorção se comportassem como *funções d de Dirac* (aquelas que valem zero em todos pontos menos em um), centradas em $\lambda = \lambda_0$. Será que isto é verdade? E, caso contrário, o que define a largura de uma linha em uma estrela?

A noção de que linhas espectrais devem ser intrinsecamente estreitas vem do fato de que elas são produzidas por transições eletrônicas entre níveis com energias muito bem definidas. Isto é só quase verdadeiro. Imagine um elétron que de alguma maneira foi parar no nível $n = 2$ do H. *Passado um certo tempo* Δt ele decairá para o estado fundamental $n = 1$. O **princípio da incerteza** nos diz que, durante este tempo sua energia não pode ser conhecida com uma precisão maior que ΔE tal que $\Delta E \Delta t > h/2\pi$. A menos que ele decaia instantaneamente ($\Delta t = 0$) para $n = 1$, sua energia pode assumir qualquer valor em uma faixa de largura $\pm \Delta E$ ao redor de sua energia de ligação E_2 . Tipicamente, o tempo de vida de um elétron em um estado excitado é da ordem de 10^{-7} s, de modo que oscilações de energia da ordem de $\Delta E \sim 10^{-8}$ eV são possíveis. Este efeito é conhecido como **alargamento natural**. Assim, um fóton Lyman α produzido durante o decaimento de $n = 2$ para $n = 1$ pode ter uma energia ligeiramente diferente dos 4,53 eV previstos pela lei de Rydberg. Podemos traduzir esta variação infinitesimal de energia na correspondente variação em λ : $dE = d(hc/\lambda) = -hc/\lambda^2 d\lambda$, ou $|dE / E| = |d\lambda / \lambda|$. Para o fóton Lyman α ($\lambda = 1216 \text{ \AA}$), obtemos uma variação $d\lambda$ de menos de 10^{-5} \AA . Traduzindo em velocidade, $dv = c d\lambda/\lambda_0$, obtemos menos do que um mísero metro por segundo. O que estas contas aproximadas nos dizem é que o efeito da incerteza nas energias dos estados atômicos é certamente desprezível para quem lida com velocidades da ordem de km s^{-1} ou maiores. (Em algumas circunstâncias o alargamento natural produz efeitos pronunciados, mas devido a processos de transferência radiativa que não serão discutidos aqui.)

Outro efeito que introduz alargamento das linhas espectrais em atmosferas estelares é o **movimento térmico** dos próprios átomos. Em uma atmosfera de temperatura T , as partículas do gás se movimentam com energia cinética média $\langle \epsilon \rangle = \langle mv^2/2 \rangle = 3kT/2$. Para um átomo de H, cuja massa é de $1,67 \times 10^{-27} \text{ Kg}$, isto implica uma velocidade quadrática média $\langle v^2 \rangle^{1/2} = (3kT/m)^{1/2}$ de 12 km s^{-1} para $T = 5800 \text{ K}$ (a temperatura do Sol), ou 31 km s^{-1} para $T = 40000 \text{ K}$ (típica de uma estrela de massa $\sim 60 M_\odot$ na seqüência principal). Note que essa velocidade inclui os três graus de liberdade de um movimento *tri-dimensional* – é daí que vem o “3” na equação acima para $\langle v^2 \rangle^{1/2}$. *Na linha de visada*, ou seja, *em uma dimensão*, a velocidade quadrática média vale $\langle v_r^2 \rangle^{1/2} = (1 kT/m)^{1/2}$, sendo portanto $3^{1/2}$ vezes menor que os valores acima.

Como este movimento térmico se traduz em um **alargamento** de linhas espectrais? *Efeito Doppler!* Imagine um átomo de H em $n = 2$ na atmosfera da estrela, que se move com uma velocidade $v_r = -20 \text{ km s}^{-1}$ na linha de visada, entre nós e ele, isto é, ele se aproxima de nós e foge do centro da estrela. Olhando para dentro da estrela, este átomo vê um espectro contínuo oriundo das camadas internas mais quentes. Como ele se afasta do centro da estrela, em seu referencial, ele vê esses fótons deslocados para o vermelho. Um fóton que a estrela emite em $6562,36 \text{ \AA}$ será visto pelo átomo em $6562,36 (1 + 20 / 3.10^5) = 6562,80 \text{ \AA}$. Este é precisamente o comprimento de onda de $H\alpha$, e portanto o átomo o absorverá, excitando-se ao nível $n = 3$. Este átomo portanto comeu um fóton que sai da estrela em $6562,36 \text{ \AA}$, ou seja, $0,44 \text{ \AA}$ *para o azul* da linha $H\alpha$. Já um outro átomo de H movimentado-se no sentido oposto, mas também à 20 km s^{-1} , absorverá fótons que saem do núcleo estelar $0,44 \text{ \AA}$ *para o vermelho* da linha $H\alpha$. E assim para átomos com outras v_r 's. Resumindo, devido ao movimento térmico dos átomos, fótons um pouco para a direita e um pouco para a esquerda do comprimento de onda central são também absorvidos, produzindo um alargamento da linha.

Este mesmo problema apareceu em nossa discussão de como o movimento de estrelas em um aglomerado estelar produz um alargamento das linhas espectrais. Basta substituir o que antes chamávamos de “estrela” por “átomo” e você reconhecerá a perfeita analogia entre os dois problemas! No caso dos aglomerados temos um “gás de estrelas”, ao passo que no caso de atmosferas estelares as partículas do gás são os próprios átomos que o constituem. Num caso, o movimento é regido por um potencial gravitacional, enquanto que no outro os movimentos são térmicos, resultantes do equilíbrio termodinâmico atingido pelas freqüentes colisões entre átomos na atmosfera. Diferenças a parte, fica claro que, assim como o movimento de estrelas em aglomerados produz um alargamento das linhas de absorção, o movimento térmico dos átomos em uma atmosfera estelar produz um **alargamento térmico** das linhas.

Qual a largura típica de uma linha alargada termicamente? A dispersão de velocidades na linha de visada (σ_r) que mediríamos a partir da análise dos perfis de linhas de absorção em uma estrela seria igual à velocidade quadrática média em uma dimensão, $\sigma_r = \langle v_r^2 \rangle^{1/2} = (kT/m)^{1/2}$. Estrelas quentes, portanto, devem ter linhas mais largas que estrelas mais frias. Além disso, átomos mais pesados produzem linhas mais estreitas do que átomos mais leves, pois m entra no denominador de σ_r . Numericamente, para átomos de H temos que $\sigma_r = (kT/m)^{1/2} = 91 \text{ T}^{1/2} \text{ m s}^{-1}$, o que dá $9,1 \text{ km s}^{-1}$ para $T = 10000 \text{ K}$. Para linhas de átomos A vezes mais pesados que o H este número é $A^{1/2}$ vezes menor.

Começamos esta secção questionando a validade da hipótese de que linhas de absorção em estrelas são infinitesimalmente estreitas, e concluímos que não é bem assim. Elas possuem uma largura intrínseca, ditada pelos movimentos térmicos dos átomos em suas atmosferas. Quantitativamente, porém, o movimento gravitacional de estrelas em galáxias elípticas e bojos de galáxias espirais é muito mais veloz ($\sigma_r \sim 200 \text{ km s}^{-1}$) do que o movimento térmico de átomos nas atmosferas estelares ($\sigma_r < 10 \text{ km s}^{-1}$). Portanto, o alargamento de linhas observado em sistemas como esses é predominantemente devido ao movimento gravitacional; o alargamento térmico tem um efeito desprezível. Já em

aglomerados globulares, a velocidade com que estrelas se movimentam pelo aglomerado é da mesma ordem de grandeza que a velocidade dos átomos nas atmosferas estelares. Neste caso, uma análise mais requintada do alargamento é necessária para separar os dois efeitos.

Existem ainda vários outros efeitos, tanto físicos como instrumentais, que contribuem para o alargamento de linhas espectrais. De fato, é importante alertar o leitor para o fato de que, devido a efeitos de transferência radiativa em meios de alta densidade, linhas de absorção em atmosferas estelares são frequentemente *muito mais largas* do que a largura térmica correspondente à temperatura da estrela. Portanto, a discussão acima deve ser vista apenas como uma introdução simplificada ao problema da formação de linhas em estrelas.

EXERCÍCIO 3.17: Em nebulosas planetárias e regiões HII, o gás que emite um espectro repleto de linhas de emissão tem uma temperatura de tipicamente 10000K. Assumindo que a largura das linhas é unicamente devida a movimentos térmicos, calcule a largura σ_λ (em Å) esperada para a linha H α do H ($\lambda_0 = 6562,80$ Å)? Transforme σ_λ em uma dispersão de velocidades σ_r (em km s^{-1}). Repita as contas para H β ($\lambda_0 = 4861,32$ Å) e para a linha do O $^{++}$ em $\lambda_0 = 5006,90$ Å.

Freqüentemente, nebulosas apresentam um movimento de expansão. Nebulosas planetárias se formam quando estrelas ejetam suas camadas externas, enquanto que em regiões HII, ventos provenientes da(s) estrela(s) massiva(s) no centro da nuvem podem empurrar o gás para fora. Esta expansão pode ser bem mais veloz do que a velocidade térmica, o que faz com que o perfil das linhas seja mais largo do que $\sigma_r = (kT/m)^{1/2}$. Para uma velocidade de expansão de 50 km s^{-1} , e desprezando o movimento térmico dos átomos na nebulosa, calcule o menor e maior λ 's nos quais observamos a linha H β . De que lado da nebulosa provém os fótons deslocados para o azul ($\lambda < 4861$ Å)? E os deslocados para o vermelho?

3.2.7 – Rotação

Até este ponto discutimos como podemos usar o efeito Doppler para estudar dois tipos de movimento: a aproximação ou afastamento entre nós e a fonte, e a agitação interna de um objeto, seja ela a agitação térmica de átomos em atmosferas estelares ou a agitação gravitacional em aglomerados de estrelas ou galáxias. Existe ainda um outro tipo de movimento interno extremamente comum em astronomia: **rotação**. Planetas giram ao redor de estrelas, estrelas giram ao redor de seus eixos e galáxias espirais, como a em que você vive, possuem discos que giram, para citar apenas alguns exemplos. Como podemos usar o efeito Doppler para estudar a rotação, e que tipo de informação física interessante podemos extrair? Nesta seção abordaremos estas questões, concentrando-nos em dois problemas específicos: a rotação de galáxias e a de planetas ao redor de estrelas.

3.2.7.1 – Rotação de galáxias

Em galáxias espirais, a maior parte das estrelas e do gás se distribui em um **disco** cujo raio é da ordem de 10 kpc e cuja espessura não passa de 1 kpc. Sobre este disco se observam “*braços espirais*”, que dão o nome as galáxias. De certa forma, os braços espirais são uma ilusão de óptica, pois eles são tão brilhantes que dão a impressão de que não existem estrelas entre os braços, o que não é verdade. Como discutimos ao estudar imagens de galáxias (**figura 2.20**), isso ocorre porque na região dos braços existem muitas estrelas quentes e massivas, que, apesar de serem bem mais raras do que estrelas mais frias e menos massivas (como o Sol), são muito luminosas, o que as torna muito visíveis. Por simplicidade, na discussão que segue ignoraremos a presença de tais braços, e trataremos o disco como se a matéria estivesse homoganeamente distribuída nele.

Por si só, a forma de disco sugere rotação. Seria muito estranho que as órbitas de estrelas em discos fossem similares às órbitas tipo “enxame de abelha” que estrelas descrevem em aglomerados globulares, galáxias elípticas e bojos, pois nesse caso o disco não teria cara de disco; ele seria mais arredondado. Como podemos comprovar que discos galácticos giram? Como galáxias são imensas, não deve ser possível vê-las girando do mesmo modo que vemos os ponteiros de um relógio girar. De fato, logo concluiremos que os períodos de rotação envolvidos são da ordem de 10^8 anos, de modo que seriam necessárias umas cem mil gerações humanas para ver uma galáxia girando no plano do céu! Se você não está disposto a esperar todo esse tempo pela resposta, use o efeito Doppler.

----- QUADRO XVI – História de uma medida errada de rotação -----

No começo do século passado, o astrônomo Adriaan van Maanem, trabalhando no observatório de Mount Wilson (EUA), reportou ter detectado a rotação de algumas “nebulosas espirais”. Segundo ele, comparando fotografias tiradas ao longo de muitos anos, percebe-se um movimento de rotação de aproximadamente 3,6 graus a cada 1000 anos, o que corresponde a um período de rotação de $T = 10^5$ anos. Este resultado implicaria que as tais “nebulosas espirais” não poderiam ser muito grandes. Elas não poderiam ser galáxias! Para entender porque, imagine um ponto a uma distância R do centro de uma galáxia. A velocidade de rotação nesse ponto é dada por $v = \omega R$, onde ω é a velocidade angular, $\omega = 2\pi / T$. Sendo $T \sim 10^5$ anos, é fácil verificar que para $R > 5$ kpc a velocidade v excede a velocidade da luz! Uma coisa tão grande girando tão rápido não parece nada normal! Portanto, somos forçados a concluir que R deve ser muito menor que 5 kpc, e que portanto as nebulosas espirais são pequenas comparadas com o tamanho da Via Láctea.

Essas medidas estavam **erradas**. Isto causou muita confusão, pois naquela época sequer se sabia se as tais “nebulosas espirais” eram de fato “universos ilha”, ou seja, galáxias como a nossa vistas a grandes distâncias. Havia gente muito respeitável que dizia que essas nebulosas pertenciam à Via Láctea, e que, portanto, não estavam muito distantes nem eram grandes como a Via Láctea. As observações de van Maanem apoiavam este ponto de vista. Ninguém sabe muito bem o que ele fez de errado, mas não resta nenhuma dúvida de que ele errou. Não é possível ver galáxias girando no céu como o ponteiro de um relógio, nem se o ponteiro dos minutos completasse uma volta em 10^5 anos.

Imagine um disco de raio R , bem longe de nós ($d \gg R$). O disco gira ao redor de seu eixo a uma velocidade $v_{\text{rot}}(r)$ que depende apenas da distância r ao centro. Queremos determinar esta função, chamada de **curva de rotação**, que contém informação valiosa acerca da *massa* da galáxia. O disco contém estrelas e gás, que produzem várias linhas de absorção e emissão que podem facilmente ser identificadas espectroscopicamente. Uma maneira de medir $v_{\text{rot}}(r)$ é apontar um telescópio para *diferentes partes do disco* e medir, digamos, a linha $H\alpha$ em emissão (qualquer outra linha pode ser usada). Pelo deslocamento Doppler $\Delta\lambda = (\lambda - \lambda_0) = \lambda_0 v_r/c$ inferimos a velocidade v_r *ao longo da linha de visada em cada posição do disco*, o que nos permite (1) deduzir se ele de fato gira e (2) medir sua curva de rotação $v_{\text{rot}}(r)$.

Note que para que a rotação produza um efeito Doppler observável o disco *não pode ser visto de frente*, pois neste caso a rotação se daria totalmente no plano do céu, e portanto perpendicular à linha de visada. O único efeito Doppler neste caso seria o de afastamento ou aproximação da galáxia como um todo; este movimento global não nos interessa na análise da rotação, e de fato o ignoraremos no que segue. Só é possível medir a rotação para galáxias *inclinadas*. Como vimos ao discutir imagens (vide **figura 2.8** e seção 2.3.1), um disco de raio R visto de um **ângulo de inclinação** i entre seu eixo e a linha de visada aparece projetado no céu como um elipsóide, com semi-eixo maior $a = R$ e semi-eixo menor $b = R \cos i$. (Você pode se convencer disto olhando para um prato raso ou um CD desde diferentes ângulos.) Podemos determinar o ângulo de inclinação a partir da medida de a e b em uma imagem: $\cos i = b/a$ (exercícios 2.14 e 2.15).

Para determinar a velocidade de rotação a diferentes distâncias r do núcleo, vamos obter espectros apontando o telescópio para diferentes posições *ao longo do eixo maior*. Ao longo deste eixo, que vamos chamar de eixo x , o disco vai de $x = -R$ até $x = +R$, de modo que $|x|$ é a distância r ao centro da galáxia. Apontando o telescópio para a posição $x = -R$ medimos um deslocamento Doppler $\Delta\lambda$ do qual inferimos a velocidade $v_r(x=-R)$. Feito isso, apontamos o telescópio para a posição $x = -0,9 R$ e tomamos outro espectro, que nos dá $v_r(x=-0,9 R)$. E assim por diante, até chegar ao outro extremo do disco, em $x = +R$. Ao final da sequência de observações teremos a função $v_r(x)$ para $-R \leq x \leq +R$. A **figura 3.26** ilustra esse procedimento.

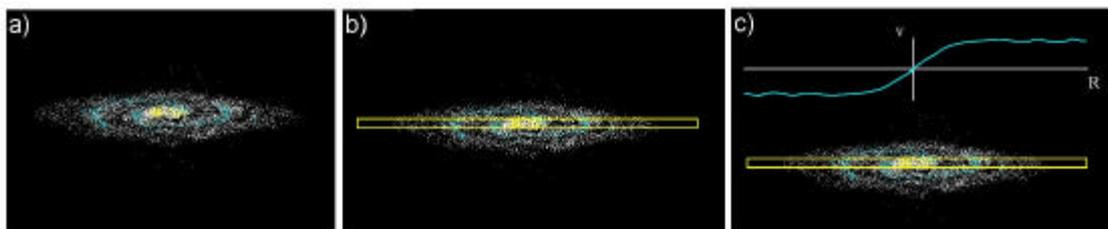


Figura 3.26 – Procedimento para medir a curva de rotação de uma galáxia. Primeiro você escolhe uma galáxia inclinada (figura a) e determina seu eixo maior (figura b). Para cada posição x ao longo desse eixo você obtém um espectro, do qual infere $v_r(x)$, obtendo algo como a figura c.

A curva $v_r(x)$ é também chamada de curva de rotação, mas note que v_r não é igual a v_{rot} , por dois motivos. O primeiro é que, além da componente de rotação, v_r sempre contém a velocidade de afastamento da galáxia, que pode ser facilmente descontada fazendo $v_r(x) - v_r(x=0)$. O segundo motivo é que v_r é apenas a velocidade *ao longo da linha de visada*. Como o disco está inclinado, o vetor de velocidade *não* está alinhado com a linha de visada, isto é, ele não aponta para nós. O que medimos é na verdade a componente $v_r = v_{rot} \sin i$. Portanto, para corrigir o efeito da inclinação basta fazer $v_{rot}(x) = v_r(x) / \sin i$. (Se você não está convencido de que esta é a componente que observamos, considere o caso limite $i = 0$. Neste caso a galáxia é vista de frente, e não deveríamos medir nenhum deslocamento Doppler. Também é intuitivamente óbvio que quanto mais de lado estiver a galáxia maior será a projeção do vetor de velocidade na nossa direção, o que condiz com a equação $v_r = v_{rot} \sin i$.)

EXERCÍCIO 3.18: Prove, com o auxílio de um desenho, $v_r = v_{rot} \sin i$.

Digamos que a galáxia, tal como vista projetada no céu, gira no sentido anti-horário, tal qual no esquema da **figura 3.26**. Neste caso, na metade $x > 0$ do disco, o gás se *afasta* de nós. A linha H α aparece *deslocada para o vermelho*, de modo que $v_r = c (\lambda - \lambda_0) / \lambda_0$ é positiva. Já na metade $x < 0$ do disco a rotação é tal que o gás se *aproxima* de nós, e H α aparece *deslocada para o azul*, o que implica $v_r < 0$. Portanto, se o disco realmente gira, a velocidade ao longo da linha de visada deve *trocar de sinal* quando vamos de um lado ao outro do disco! Ou seja, se fizermos um gráfico de $v_r(x)$ contra x , $v_r(x < 0)$ terá o sinal oposto a $v_r(x > 0)$, como no exemplo da **figura 3.26c**. De fato, é isto que se observa (**figuras 3.27 e 3.28**), o que nos permite concluir que discos galácticos realmente giram. Além disso, a rotação deve ser simétrica, ou seja, igual nos dois lados do disco: $v_r(-x) = -v_r(x)$. Isto também é observado, como se vê nos exemplo das **figuras 3.27 e 3.28**, embora pequenas diferenças existam devido a efeitos que não levamos em consideração, como a influencia de braços espirais ou “barras” na curva de rotação.

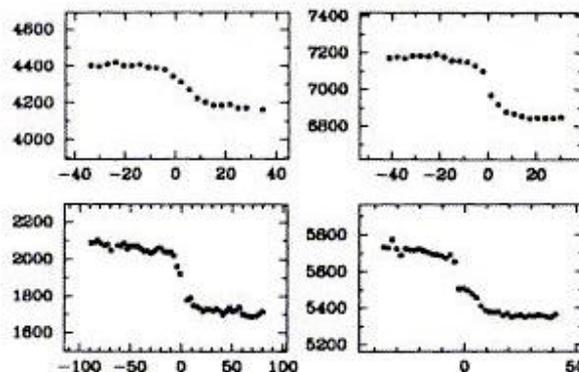


Figura 3.27 – Curvas de rotação $v_r(x)$ para algumas galáxias espirais. O eixo x é a distância angular ao centro da galáxia, em unidades de segundos de arco. O eixo y contém o valor de v_r para cada posição x , medida ao longo do eixo maior. (Note que os valores de v_r não estão centrados em $v_r = 0$, porque a velocidade de afastamento da galáxia como um todo não foi descontada.) Praticamente todas galáxias espirais têm curvas de rotação como estas, nas quais v_r é \sim constante longe da região central.

EXERCÍCIO 3.19: Observando as escalas na **figura 3.27**, o intervalo em tamanho angular varrido parece estar relacionado aos valores de v_r medidos: Quanto maior o intervalo em x menor os valores de v_r . Formule uma explicação simples para este fato. (Dica: Pense na Lei de Hubble.)

A **figura 3.27** mostra curvas de rotação típicas. A forma de $v_{rot}(r)$ é praticamente idêntica em todas espirais. Esta forma universal é esquematicamente ilustrada na **figura 3.26c**. Saindo do núcleo, onde $v_{rot}(r=0) = 0$, v_{rot} cresce com r até atingir um patamar constante de tipicamente $v_{rot} \sim 200 \text{ km s}^{-1}$ a partir de $r =$ uns poucos kpc. Em outras palavras, *a curva de rotação de espirais é praticamente plana!* Este é o principal resultado deste tipo de estudo. Como veremos logo, ele nos diz que galáxias espirais, incluindo a nossa, estão rodeadas de **matéria escura!**

EXERCÍCIO 3.20: Considerando o comportamento observado de $v_{rot}(r)$:

- Você acha que discos de galáxias giram como um corpo rígido?
- Quem leva mais tempo para completar uma volta: Uma estrela à distância r do núcleo ou uma estrela à distância $2r$?

EXERCÍCIO 3.21: A **figura 3.28** mostra uma imagem óptica da galáxia NGC 5746. A escala da imagem é de 490×140 segundos de arco. A figura de baixo mostra a curva de rotação projetada $v_r(x)$, obtida a partir de observações espectroscópicas ao longo do eixo-maior. Neste exercício você usará estes dados para medir o tamanho, inclinação, distância e velocidade de rotação dessa galáxia. No exercício 3.25 os resultados desta análise serão usados para calcular a massa de NGC 5746. Preencha suas respostas no formulário abaixo.

- Meça o comprimento angular dos semi-eixos maior (a) e menor (b) do disco de NGC 5746. Ao avaliar a extensão do eixo menor, tente não ser influenciado pelo bojo da galáxia.
- Calcule o ângulo de inclinação $i = \arcsin(b/a)$.
- Localize a posição do centro da galáxia na curva $v_r(x)$ e anote o valor de v_r correspondente. Chame este valor de v_0 . Esta é a velocidade com que a galáxia *como um todo* se afasta de nós.
- Calcule a distância a NGC 5746 usando o valor de v_0 na Lei de Hubble. Adote $H_0 = 65 \text{ km s}^{-1}$ (apenas para variar um pouco).
- Converta o raio angular (a) no raio físico R da galáxia: $R = a d$. (Não se esqueça de converter a para radianos!)

- (f) Olhe para a curva $v_r(x)$. A galáxia está girando no sentido horário ou anti-horário?
- (g) A curva de rotação de NGC 5746 é um tanto “acidentada”. Desenhe por cima dela uma curva de rotação simplificada, tal qual a da **figura 3.26c**. Esta curva deve ser plana longe do centro. O eixo vertical dessa curva simplificada deve estar centrado em $v_r = 0$. Para tanto é necessário descontar a velocidade v_0 de afastamento da galáxia como um todo (calculada no item c). Descontando este movimento sistemático, $v_r(x)$ mede apenas a rotação da galáxia – $v_r(x)$ será positiva a esquerda do núcleo e negativa à direita.
- (h) Estime o valor de v_r na parte plana da curva de rotação. Faça isso tanto para a parte de $v_r(x)$ à esquerda do núcleo ($x < 0$) como para a parte à direita ($x > 0$). Em módulo, os dois valores devem ser iguais, pois os dois lados do disco devem girar à mesma velocidade. Calcule a média dos módulos desses dois valores. Vamos chamar este valor de v_{proj} , a velocidade de rotação projetada.
- (i) Calcule o valor da velocidade de rotação v_{rot} , “desprojetando” v_{proj} , isto é, usando $v_{rot} = v_{proj} / \sin i$.
- (j) Com os resultados acima, trace esquematicamente a curva de rotação de NGC 5746, agora com r (em unidades de kpc) na direção espacial e $v_{rot}(r)$ no eixo vertical.

Semi-eixo maior a	Semi-eixo menor b	i	v_0

Distância “d”	R (rad)	Horário ou anti-horário?	v_{proj}	v_{rot}

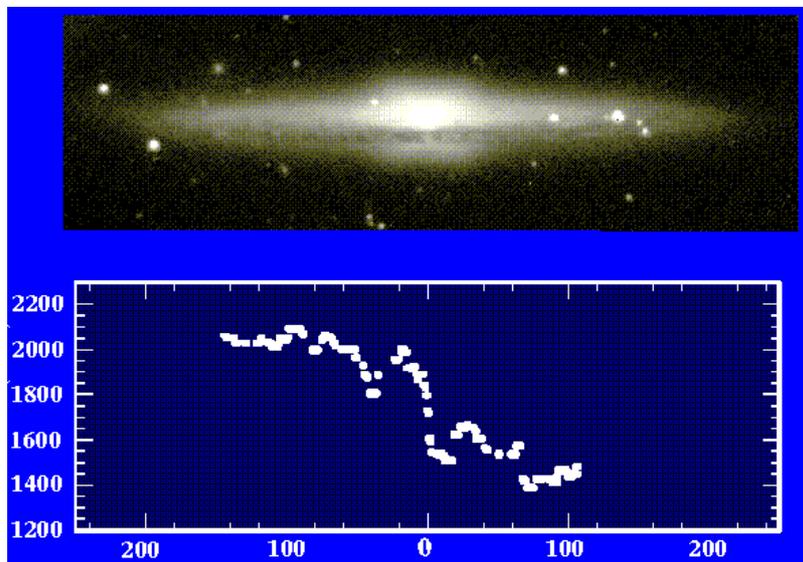


Figura 3.28 – Imagem óptica e curva de rotação para a galáxia NGC 5746. A escala espacial está dada em segundos de arco, medidos a partir do núcleo. O eixo vertical na figura de baixo (v_r) é a curva de rotação, em km s^{-1} . Note que v_r inclui a velocidade de afastamento da galáxia como um todo.

Você poderia estar se perguntando: Por que decidimos medir a curva de rotação ao longo do eixo maior? A resposta é: Porque é mais simples! Certamente, não poderíamos medir v_{rot} ao longo do eixo menor, pois, a rotação ao longo deste eixo se dá perpendicularmente à linha de visada, não causando efeito Doppler (convença-se você mesmo fazendo um desenho). Na verdade, poderíamos apontar para *todas* posições do disco e medir o *mapa de velocidades* $v_r(x,y)$, do qual se pode inferir $v_{\text{rot}}(r)$. Em geral, este tipo de observação se faz com instrumentos que combinam espectroscopia com imageamento, tirando, de uma só vez, muitos espectros cobrindo toda a imagem da galáxia, ou então tirando uma série de imagens da galáxia em vários λ s ao redor de uma linha de emissão. Embora tenhamos usado H α na discussão acima, curvas de rotação são mais frequentemente obtidas usando a linha do H neutro em $\lambda_0 = 21\text{cm}$, observada com rádio-telescópios. (Nesta transição de baixíssima energia o elétron no estado fundamental troca a orientação de seu spin com relação ao spin do próton.) Esta linha é facilmente detectada em nuvens fria de H, que são muito difíceis de detectar em qualquer outro λ . A vantagem de usar nuvens de H neutro para traçar a curva de rotação é que essas nuvens se estendem muito além da região opticamente visível de galáxias espirais, o que nos permite calcular $v_{\text{rot}}(r)$ a grandes distâncias do núcleo.

3.2.7.2 – A massa de galáxias espirais: Matéria escura de novo!

A importância de curvas de rotação vai muito além de simplesmente provar que discos de galáxias giram. Medidas de $v_{\text{rot}}(r)$ nos permitem deduzir como a *massa* está distribuída em galáxias espirais.

Considere uma “partícula” de massa m (que pode ser uma estrela qualquer, uma nuvem de H neutro ou um acarajé perdido no espaço) localizada a uma distância r do centro da galáxia e girando com velocidade v_{rot} ao redor dele. A um movimento de rotação está associada uma *aceleração centrípeta* $= v_{\text{rot}}^2 / r$. A força que causa esta aceleração é certamente de natureza gravitacional, pois outras forças são irrelevantes nas escalas de distância que estamos tratando. A aceleração é, portanto, causada pela atração gravitacional exercida por uma massa M , ou mais precisamente, por uma **distribuição de massa** na galáxia. Apenas para simplificar, vamos assumir que esta massa tem uma distribuição *esférica*, e vamos chamar de $M(r)$ a *massa contida dentro de um raio* r . Por exemplo, se a densidade ρ de massa for constante, $M(r) = \rho (4\pi/3) r^3$. Se ρ não for constante então $M(r)$ deve ser obtida da integral

$$dM(r)/dr = \rho(r) 4\pi r^2$$

Você deve estar familiarizado com o fato de que, em um sistema gravitacional com simetria esférica, uma partícula em r sente apenas a força exercida pela massa *interior* a r . A resultante das forças exercidas por camadas externas a esfera de raio r é nula, uma

propriedade originalmente provada por Newton (consulte seu livro de Mecânica Geral ou de Física II preferido). É por isso, por exemplo, que podemos tratar o movimento da Terra ao redor do Sol como se toda massa do Sol estivesse concentrada em seu centro. Igualmente, podemos calcular a força que faz com que nossa partícula hipotética gire ao redor do centro da galáxia como se toda massa $M(r)$ estivesse contida em $r = 0$. A força que mantém a partícula M em rotação é, portanto, $F = G.m.M(r)/r^2$, segundo a lei da gravitação universal. Usando a 2ª lei de Newton,

$$F = m a$$

$$G.m.M(r) / r^2 = m.v_{\text{rot}}^2 / r$$

chegamos à seguinte equação para $v_{\text{rot}}(r)$:

$$v_{\text{rot}}(r) = [G M(r) / r]^{1/2}$$

Note que se $M(r)$ estiver toda concentrada dentro de um raio $\ll r$, como no caso do sistema solar, v_{rot} cai com $r^{-1/2}$, o que explica porque os planetas mais externos têm períodos maiores.

EXERCÍCIO 3.22: O tempo P que a massa m leva para varrer o perímetro $2\pi r$ com velocidade v_{rot} é $P = 2\pi r / v_{\text{rot}}$. Substituindo $v_{\text{rot}} = 2\pi r / P$ na equação acima obtemos que $P^2 = (4\pi^2/GM) r^3$, que nada mais é do que a terceira lei de Kepler descrevendo a relação entre os períodos de rotação e as distâncias dos planetas. Sabendo que a Terra completa uma volta ao redor do Sol em 1 ano e que a distância ao Sol é de 150 milhões de km, calcule a massa do Sol.

EXERCÍCIO 3.23: Sabendo o Sol está a ~ 8 kpc do centro da Via Láctea, e que gira ao redor dele a uma velocidade de 200 km s^{-1} , mostre que o período de rotação é de ~ 250 milhões de anos. Sabendo que o Sol existe há 5×10^9 anos, estime quantas voltas ele já deu ao redor da galáxia. Calcule também a massa $M(r)$ da Via Láctea dentro do “círculo solar”, $r = 8$ kpc.

A equação $v_{\text{rot}}(r) = [G M(r) / r]^{1/2}$ pode ser diretamente comparada com a **curva de rotação** de galáxias espirais para deduzir a massa $M(r)$. Como vimos, em praticamente todas galáxias espirais estudadas a curva de rotação $v_{\text{rot}}(r)$ é essencialmente *constante*, isto é, v_{rot} não varia com r (afora uma região pequena próxima do núcleo). A própria Via Láctea, na qual você vive, apresenta uma curva de rotação praticamente constante, com $v_{\text{rot}} = 200 \text{ km s}^{-1}$. Para $v_{\text{rot}}(r)$ constante, a massa

$$M(r) = v_{\text{rot}}^2 r / G$$

cresce linearmente com r . Dobrando r , dobra-se $M(r)$, triplicando r triplica-se $M(r)$, e assim por diante. Você deveria estar desconfiado da validade desta equação, pois ela foi deduzida assumindo uma distribuição esférica de massa, enquanto em galáxias espirais a massa parece estar concentrada em um disco, não em uma esfera. Esta desconfiança é perfeitamente pertinente. Porém, ao refazermos as contas para uma distribuição de massa tipo disco, encontramos uma equação idêntica a que achamos acima, a menos de um fator multiplicativo da ordem de 1, que não afeta a dependência de M com r . Portanto, a equação acima é bastante geral, e pode ser usada para medir massas a partir de curvas de rotação.

Mas *do que é feita esta massa?* Você, assim como os astrônomos que realizaram estes experimentos pela primeira vez, deve estar pensando na resposta óbvia: estrelas e gás. Afinal, é isso que *vemos* em galáxias, não? Sim, é isto que *vemos*. Precisamente porque podemos ver estrelas e gás através da radiação que estas emitem, e porque conhecemos bem a física destes objetos, podemos calcular suas massas medindo a quantidade de radiação que eles produzem. No caso de galáxias, podemos usar o **perfil de brilho superficial**, que mede o fluxo proveniente de diferentes posições da galáxia (ver secção 2.3.2), para calcular o **perfil de massa** equivalente. Obviamente, esta conta requer a *conversão de luminosidade em massa*. Esta é uma conversão bem conhecida.

Para dar um exemplo simples, digamos que todas estrelas do universo sejam idênticas ao Sol, cuja massa e luminosidade são $1 M_{\odot}$ e $1 L_{\odot}$ respectivamente. Vamos também assumir que tudo no universo são estrelas, isto é, vamos esquecer o gás, poeira e outras coisas. Assim, a cada L_{\odot} de luz corresponde uma M_{\odot} de massa. Se em uma galáxia a luminosidade $L(r)$ contida dentro de um raio $r = 10$ kpc é $10^{10} L_{\odot}$, ela deve conter 10^{10} Sóis, e portanto pesar $10^{10} M_{\odot}$. Se a proporcionalidade entre $M(r)$ e r deduzida a partir da curva de rotação se aplicasse também a $L(r)$, deveríamos ver uma luminosidade $L(r = 20 \text{ kpc}) = 2 L(r = 10 \text{ kpc}) = 2 \cdot 10^{10} L_{\odot}$ dentro de $r = 20$ kpc, $3 \cdot 10^{10} L_{\odot}$ dentro de $r = 30$ kpc, e assim por diante.

Será que galáxias espirais são assim? *Não!* Obviamente, a luminosidade $L(r)$ contida dentro de r cresce à medida que r cresce, pois quanto maior a área observada, mais luz coletamos. Contudo, o crescimento observado de $L(r)$ com r é *bem menos rápido* do que a relação linear citada acima. Se a distribuição de massa $M(r)$ seguisse a distribuição de luz $L(r)$, a curva de rotação deveria decair rapidamente nas partes mais externas de galáxias, como ilustrado na **figura 3.29**. Mas $v_{\text{rot}}(r)$ permanece constante desde $r \sim 2$ ou 3 kpc até a borda externa da galáxia. Este comportamento simples, porém misterioso, da curva de rotação de galáxias implica em uma massa bem *maior* do que a que vemos em estrelas. O que está errado?

Curvas de rotação esperada

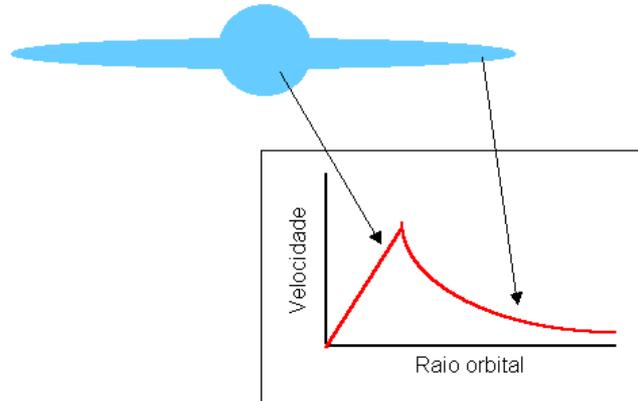


Figura 3.29 – Curva de rotação *esperada* para uma galáxia espiral, baseado na distribuição de luz observada. Fora da região central, v_{rot} deveria cair com r , mas as observações nos dizem $v_{\text{rot}}(r)$ se mantém constante.

EXERCÍCIO 3.24: Se você resolveu o exercício 2.16, deve ter obtido que para uma galáxia com perfil de brilho tipo exponencial, $\mu(r) \propto \exp(-r/r_d)$, a luminosidade $L(r)$ contida dentro de um raio r é proporcional a $(1 + r/r_d) \exp(-r/r_d)$. Demonstre graficamente que esta expressão cresce com r mais lentamente do que uma relação linear, $L(r) \propto r$. Dica: Como só queremos saber qual $L(r)$ cresce mais rápido o gráfico *não precisa ter unidades!* Pelo mesmo motivo, o valor de r_d não é relevante nesse exercício; assuma o valor de $r_d = 1$ por conveniência.

Certamente a hipótese de que galáxias são feitas inteiramente de Sóis é um tanto ruim. Porém, mesmo fazendo as contas de maneira correta, incluindo tanto gás quanto estrelas de todas massas e luminosidades, o problema persiste: A **massa dinâmica** $M(r)$ medida através da curva de rotação cresce mais rápido do que a **massa luminosa** $M(r)$ deduzida a partir da luminosidade $L(r)$ observada. É óbvio, portanto, que a massa dinâmica é *maior* que a massa luminosa. Considerando uma galáxia inteira, a massa que vemos é apenas uma pequena fração, cerca de 10%, da massa que causa o movimento de rotação. O que nos leva a chocante conclusão de que ~90% da massa de galáxias não emite luz! Ela é feita de algum tipo de **matéria escura!** (É como se você *olhasse* para um amigo seu e chutasse: “Você deve pesar uns 70 kilos”. Mas quando ele sobe numa balança, esta diz que ele pesa 700 kilos! Obviamente, seu amigo deve ter muita matéria escura escondida nos bolsos!)

A existência de matéria escura já apareceu antes neste texto, ao discutirmos o movimento de galáxias dentro de **aglomerados de galáxias**. A constatação de que ~90% da massa do universo é feita de matéria escura é um dos principais resultados da astrofísica moderna. Várias teorias foram propostas para explicar a natureza física da matéria escura,

boa parte delas envolvendo partículas elementares exóticas, mas a questão ainda não foi resolvida. Uma outra possibilidade aventada é que a lei da gravitação universal ($F = G m M / r^2$), de Newton, deixa de ser válida em grandes distâncias, o que pode em princípio explicar curvas de rotação planas sem invocar matéria escura. Esta teoria, porém, é rejeitada pela maioria da comunidade científica.

Mesmo sem saber do que é feita a matéria escura, sabemos que ela (1) causa gravidade, e (2) se distribui aproximadamente na forma de halos ao redor de galáxias. Esta segunda informação vem, por exemplo, da análise cuidadosa de curvas de rotação. A discrepância entre a massa luminosa e a massa dinâmica se torna progressivamente maior à medida que nos afastamos do centro da galáxia. Isto é apenas outra maneira de dizer que $M(r)$ cresce mais rápido do que $L(r)$. *A matéria escura está menos concentrada do que a matéria luminosa.* Os efeitos da matéria escura apenas se fazem sentir em escalas muito grandes de distância, da ordem de dezenas de kpc ou mais. Dentro do sistema solar, por exemplo, a matéria escura não causa nenhum efeito detectável. Também dentro de sistemas “pequenos”, como aglomerados globulares (exercício 3.16), a quantidade de matéria escura é desprezível, não afetando o movimento das estrelas. (Se você acha que pesa 70 kg mas a balança insiste em indicar 90 kg, não vale dizer que a culpa é da matéria escura!). Já em aglomerados de galáxias, ela se faz notar de maneira até mais dramática do que em galáxias individuais, o que concorda com a noção de que quanto maior a escala de tamanho do objeto estudado, mais significativa será a contribuição da matéria escura.

EXERCÍCIO 3.25: Calcule a massa para a galáxia do exercício 3.21 acima. Sabendo a luminosidade de NGC 5746 é de $5 \times 10^{11} L_{\odot}$, e assumindo que em média a cada $1 L_{\odot}$ corresponde $1 M_{\odot}$, calcule a massa luminosa, em M_{\odot} . Comparando esses dois valores para a massa, você acha que existe evidência de matéria escura nesta galáxia?

EXERCÍCIO 3.26: Do que é feita a matéria escura? (Se você responder esta nos avise!!)

3.2.7.3 – Planetas Exo-Solares

Um dos assuntos que mais desperta a curiosidade de todos é a possibilidade de vida extraterrestre. Na situação que nos encontramos atualmente estamos mais para ser descobertos do que descobrir, porém o primeiro passo está sendo dado, que é o de encontrar planetas em outros sistemas solares. Dezenas de planetas fora do sistema Solar foram descobertos nos últimos anos. Você deve estar curioso para saber como eles são, se são gasosos (como Júpiter) ou rochosos (como a Terra), se possuem água, qual a composição química e, claro, se eles abrigam seres vivos. Por enquanto a maioria dessas questões não pode ser respondida. Mas não deixa de ser entusiasmante saber que esse tema, que mexe tanto com a imaginação do homem, finalmente está saindo do reino da ficção científica para o da realidade científica.

Ao contrário de estrelas, o brilho de planetas não emana da luz produzida em seu interior. Eles apenas refletem a luz da estrela que ele órbita, exatamente como no caso da Lua, que se tivesse brilho próprio estaria sempre cheia. Planetas são portanto pouquíssimo brilhantes. Apenas podemos ver nossos companheiros do sistema solar porque eles estão próximos de nós. Se colocássemos, digamos, Júpiter à distância da estrela mais próxima, seu fluxo seria tão pequeno que não seríamos capaz de vê-lo. E mesmo que fosse possível medir seu fluxo, teríamos sérias dificuldades em separar a imagem do planeta da imagem da estrela devido à pequena separação angular entre eles. Faça a conta você mesmo nos exercícios abaixo.

EXERCÍCIO 3.27: O fluxo de Júpiter, que está em média a $d = 5,2$ unidades astronômicas (ou seja, $7,8 \times 10^{11}$ m) do Sol, é de $\sim 3 \times 10^{-7}$ W m⁻². Imagine que a estrela α Centauri, a mais próxima do Sol, a uma distância de 1,3 pc, tem um clone de Júpiter como planeta. Chamemos esse clone de “Júpiter B”.

- Qual seria o fluxo de Júpiter B medido aqui da Terra? Quantas vezes mais fraco é Júpiter B comparado com nosso Júpiter?
- Sendo a Luminosidade de α Centauri $L = 1,6 L_{\odot}$, calcule quantas vezes mais brilhante ela é do que o Júpiter B que (hipoteticamente) a rodeia.
- Qual seria a separação angular entre α Centauri e Júpiter B? Exprima o resultado em segundos de arco. Isto é muito ou pouco, comparado com o “seeing” atmosférico?

EXERCÍCIO 3.28: Para ter uma idéia numérica da luminosidade de um planeta, suponha que a Terra reflete 100% da luz do Sol que incide sobre ele. Vista do Sol, a Terra parece um círculo de área πR_T^2 , onde R_T é o raio da Terra. A quantidade de energia que a Terra recebe do Sol a cada segundo é simplesmente o produto dessa área pelo fluxo $F = L / 4\pi d^2$, onde d é a distância Terra-Sol. Faça as contas e calcule a “luminosidade” da Terra. Repita o cálculo para Júpiter.

Se não podemos ver planetas fora do sistema solar, então como sabemos que eles existem? Como se faz tal detecção?

A idéia é bastante simples. Ela consiste simplesmente em detectar os movimentos de uma estrela que sejam causados por um planeta que ande ao redor dela. Se tal movimento é detectado então podemos afirmar que o planeta existe! Se você acha que este método é muito indireto lembre-se que foi assim que o planeta Netuno e a estrela Sirius B foram descobertos.

Estamos acostumados a dizer que a Terra e os demais planetas giram “ao redor do Sol”, mas, como você bem sabe, isto é apenas uma simplificação. Na verdade todos giram ao redor do **centro de massa** do sistema. O mesmo vale, por exemplo, para estrelas binárias, pares de galáxias e planetas ao redor de outros Sóis. Assim, O Sol não fica parado enquanto os planetas giram ao redor dele; ele também se move.

A localização do centro de massa de um sistema é a média ponderada das posições de suas partículas, ponderada pelas massas dessas partículas. No sistema solar as duas maiores massas são o Sol e Júpiter. Para saber onde está o centro de massa do sistema Sol-Júpiter, basta calcular

$$X_{CM} = (X_{Sol} M_{Sol} + X_{Júpiter} M_{Júpiter}) / (M_{Sol} + M_{Júpiter})$$

Colocando o Sol na origem do sistema de coordenadas ($X_{Sol} = 0$) e usando a distância de Júpiter ao Sol ($X_{Júpiter} = 7,8 \times 10^8$ km), massa do Sol ($M_{Sol} = 2 \times 10^{30}$ kg) e de Júpiter ($M_{Júpiter} = 1,9 \times 10^{27}$ kg) obtemos $X_{CM} = 740000$ km. Note que este valor é praticamente idêntico ao do Raio do Sol, de modo que o centro de massa do sistema está na superfície do Sol. É por isso que nos acostumamos a lidar com o Sol como se ele estivesse parado, pois sua órbita ao redor do centro de massa é muito pequena.

EXERCÍCIO 3.29: Calcule a posição do centro de massa do sistema Sol-Saturno. E do sistema Sol-Mercúrio.

EXERCÍCIO 3.30: Visto desde α Centauri, qual o tamanho angular do Sol? Já que o Sol gira ao redor do centro de massa do sistema (que está na superfície do Sol) que tamanho angular terá o movimento do Sol visto desde α Centauri. Quanto tempo levaria para vermos este movimento completo? Com que telescópio/equipamento poderíamos detectar movimentos tão pequenos?

Apesar do método sugerido pelo exercício 3.30 ser factível e ser realmente empregado por vários grupos em busca de planetas exo-solares, um outro método chegou antes à primeira descoberta. À medida que Júpiter e o Sol andam ao redor do centro de massa do sistema, a superfície do Sol se afasta e se aproxima de quem o estiver observando à distância. Observar um objeto em movimento implica em **efeito Doppler**. Portanto observadores distantes olhando o nosso Sol veriam linhas no espectro do Sol deslocarem-se ora para o vermelho, ora para o azul. Este ciclo se repete a cada órbita. No caso do sistema Sol-Júpiter esta órbita dura 11,8 anos. É muito tempo para se esperar! Porém, se Júpiter estivesse à distância da Terra, bastaria esperar 1 ano e observaríamos o ciclo completo.

EXERCÍCIO 3.31: Para calcular o efeito Doppler resultante da rotação do Sol ao redor do centro de massa do sistema Sol-Júpiter, faça um desenho da órbita de Júpiter e do Sol e posicione um observador no plano do papel. (Como vimos ao estudar a rotação de galáxias, não é possível detectar efeito Doppler observando o sistema desde uma linha de visada perpendicular a seu movimento). Qual é a distância total percorrida pelo Sol, ou seja, qual o perímetro de sua órbita? Em quanto tempo ele completa a volta? Tendo distância e tempo, automaticamente temos uma velocidade. De quanto é essa velocidade? Ela é fácil de ser medida? Compare com o que já foi detectado em outros sistemas.

Após muitos anos de tentativas, em 1995 Mayor e Queluz fizeram a primeira detecção segura de um planeta fora do sistema solar. Hoje (Setembro de 2003) 110 planetas (objetos com massa $< 13 M_{\text{Júpiter}}$) são conhecidos. Há uma coleção de informações sobre todos os planetas extra solares descobertos em <http://cfa-www.harvard.edu/planets/encycl.html>, onde é possível conferir em detalhes os métodos usados na detecção de cada planeta e as características orbitais de cada planeta.

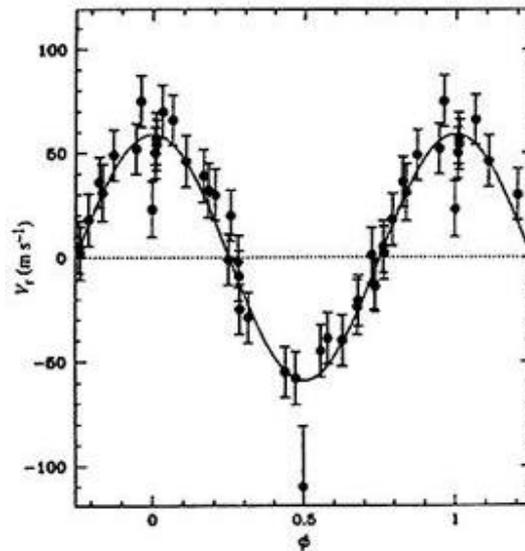


Figura 3.30: O planeta ao redor da estrela 51 Peg foi descoberto por Mayor e Queluz em 1995 graças às medidas apresentadas nesta figura. O período orbital deste planeta é de apenas 4,231 dias e a velocidade observada é de 56 m/s. Note que a figura apresenta as medidas em fase e não tempo, o que só é possível após conhecermos o período. A figura 3.31 mostra os dados em função do tempo para dar uma idéia mais concreta do tipo e qualidade das medidas usadas.

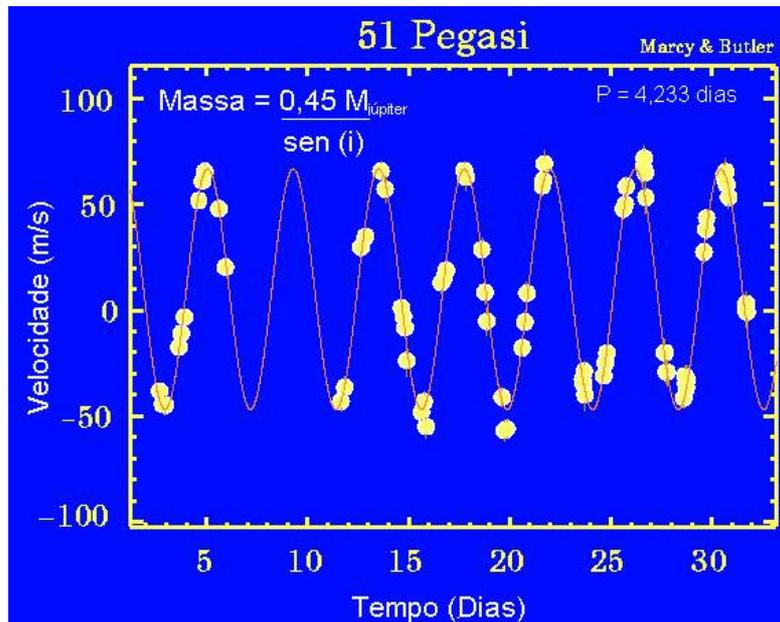


Figura 3.31: Medidas de velocidade radial de 51 Peg obtidas por Marcy e Butler. Aqui as medidas são apresentadas em função do tempo.

Um resultado aparentemente surpreendente desses estudos é que grande parte dos planetas já descobertos são parecidos com Júpiter ou mais pesados, porém a distância entre eles e a estrela-mãe é parecida com a distância de Mercúrio ao Sol! Isto é muito diferente do nosso sistema Solar, no qual os planetas gigantes estão muito longe do Sol. Contudo, é necessário lembrar que o método de busca de planetas pelo efeito Doppler tende a encontrar planetas mais massivos e mais próximos da estrela central, pois estes causam maior efeito Doppler. Embora esse seja um **efeito de seleção** óbvio, muita discussão tem surgido sobre porque os sistemas extrasolares encontrados são tão diferentes do nosso. Até que as técnicas de detecção tenham avançado o suficiente para podermos detectar planetas de baixa massa não podemos tirar conclusões gerais sobre outros sistemas solares. Este é um campo efervescente da astronomia e muitos esforços estão sendo investidos nesta área. Na próxima década esperamos ter um quadro muito mais completo das propriedades de sistemas planetários e a partir desse momento poderemos ter uma idéia mais concreta da existência de planetas semelhantes à Terra, e conseqüentemente da possível existência de formas de vida semelhantes à que conhecemos. Além disso, espera-se que o estudo desses sistemas venha a aprimorar nossas teorias sobre a formação de sistemas planetários, incluindo a do nosso próprio sistema. Como em tantos outros exemplos, a Astronomia, esta ciência que lida com coisas aparentemente tão distantes do nosso dia a dia, está ao poucos nos levando a entender melhor nossas próprias origens.



Bibliografia

Adouze, J. & Israel, G., 3^a edição; The Cambridge Atlas of Astronomy; Cambridge University Press; ISBN: 0-521-43438-6

Kepler, de Souza Oliveira Filho & Saraiva, Maria de Fátima Oliveira, 2000; Astronomia e Astrofísica; Editora da Universidade (UFRGS).

Kitchin, C. R., 2^a edição, 1991; Astrophysical Techniques, Adam Hilger.

Shu, Frank H., 1982; The physical universe: An introduction to astronomy; University Science Books.

Jatenco-Pereira, Vera; Astronomia: Uma visão geral do universo; ISBN:65-514-0462-2; Edusp.

Silk, Joseph, 1989;The Big Bang. Freeman.

Zeilik, Michael, 1997; Astronomy: The evolving universe; John Willey & Sons, INC.

Apêndice

Algumas constantes físicas e astrofísicas

$h = 6,6256 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	Constante de Planck
$k = 1,3805 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$	Constante de Boltzmann
$\sigma = 5,672 \times 10^{-8} \text{ J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$	Constante de Stefan-Boltzmann
$m = 9,105 \times 10^{-31} \text{ Kg}$	Massa do elétron
$m_p = 1,672 \times 10^{-27} \text{ Kg}$	Massa do próton

Terra

$R_{\oplus} = 6,371 \times 10^5 \text{ m}$	Raio da terra
$M_{\oplus} = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$	Massa da terra
$g_{\oplus} = 9,7805 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$	Aceleração da gravidade ao nível do mar no equador
$v_{\oplus} = 11,2 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	Velocidade de escape da terra

Sol

$R_{\odot} = 6,96 \times 10^8 \text{ m}$	Raio do sol
$M_{\odot} = 1,98 \times 10^{30} \text{ Kg}$	Massa do sol
$g_{\odot} = 2,74 \times 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$	Aceleração da gravidade na superfície do sol



$L_{\odot} = 3,96 \times 10^{26} \text{ W}$	Luminosidade do sol
$T_{\odot} = 5740 \text{ K}$	Temperatura do sol
$V_{\odot} = 600 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	Velocidade de escape do sol

$1 \text{ U.A.} = 1,496 \times 10^{11} \text{ m}$	Distância do sol à terra
$1 \text{ p.c} = 3,086 \times 10^8 \text{ m}$	Parsec
$c = 2,9979 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	Velocidade da luz
$G = 6,67 \times 10^{-8} \text{ dyn} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{g}^{-2}$	Constante gravitacional