

As Cores das Estrelas

Jane Gregorio-Hetem, Eduardo Brescansin de Amôres, Raquel Yumi Shida (IAG-USP)

1. INTRODUÇÃO

O que aprenderei nesta atividade?

Você aprenderá como os astrônomos calculam a temperatura da superfície, o tamanho e a idade aproximada das estrelas. Através de imagens obtidas com um dos telescópios do projeto, você também será capaz de descobrir a história da vida de uma estrela.

Como posso fazer isso?

Leia atentamente a teoria a seguir e as dicas de como proceder para observar um objeto astronômico.

Ao olharmos o céu estrelado, podemos notar que nem todas as estrelas são da mesma cor. Algumas parecem brancas, outras são alaranjadas ou mesmo azuladas. Veja por exemplo o aglomerado aberto NGC 4755, conhecido como "caixinha de jóias" e que fica na constelação do Cruzeiro do Sul:



Fig.1 - NGC 4755 "Caixinha de Jóias"

Em 1893 Wilhelm Wien descobriu que o comprimento de onda da radiação emitida por um corpo negro era inversamente proporcional à sua temperatura, ou seja, à medida que a temperatura dos corpos aumenta, sua cor tende a mudar

para o azul. Se as cores das estrelas pudessem ser medidas com precisão, então a temperatura de suas superfícies poderia ser deduzida.

Na época eram utilizadas emulsões fotográficas, que eram mais sensíveis ao azul do que o olho humano. Assim, os chamados índices de cor eram calculados através da diferença entre as magnitudes registradas em filme e as magnitudes registradas visualmente pelos astrônomos.

Sem a ajuda de equipamentos é difícil quantificar o avermelhamento de uma estrela em relação a outra, ou mesmo comparar com exatidão o brilho de cada uma. Duas estrelas com a mesma magnitude visual, uma azul e a outra vermelha, podem facilmente nos enganar: uma delas parecerá mais brilhante devido à sensibilidade dos nossos olhos a certos comprimentos de onda. E cada pessoa poderá ter uma impressão diferente, tornando o resultado às vezes algo muito subjetivo. O olho humano normal, à luz do dia, tem sensibilidade maior à cor verde (mais ou menos 550 nm). Mas sob pouca luminosidade, a maior sensibilidade muda para algo em torno de 500 nm.

No entanto, uma quantificação das cores não é difícil de ser obtida através de imagens feitas com filtros especiais. Cada filtro é utilizado para determinar o brilho de um objeto em uma determinada faixa espectral (ou comprimento de onda). Os astrônomos geralmente utilizam um conjunto de filtros padrões, o que significa que as características da luz que passa em cada filtro são bem conhecidas. Dessa forma, um observador pode comparar os dados com outro observador sem que exista uma grande diferença.

Mas o que são e como são esses filtros?

Os filtros são materiais "transparentes" que recebem um tratamento especial e permitem a passagem de apenas certos comprimentos de onda. Um filtro "B" por exemplo, só deixará passar os comprimentos de onda no azul. Os filtros mais comuns de *banda larga* (que permitem a passagem de "vários" comprimentos de onda dentro de certos limites) são:

- U Ultra-Violeta
- B Azul
- V Visual (amarelo esverdeado)
- R Vermelho
- I Vermelho distante

A convenção de nomes utilizados para os filtros é relativamente simples: as letras representam as iniciais das cores em inglês. O filtro B é usado para medir a quantidade de luz azul sendo emitida pela estrela e o filtro V é usado para medir a quantidade de luz amarela. Esses dois valores são usados para obtermos o índice de cor B-V de uma estrela:

$$\mathbf{B-V = (magnitude\ observada\ em\ B) - (magnitude\ observada\ em\ V)}$$

O índice B-V utiliza unidades de magnitudes com as quais os astrônomos medem o brilho.



Fig.2 - Roda de Filtros, que é colocada entre o telescópio e o CCD.
É utilizado um filtro de cada vez

Existem ainda os filtros de banda estreita, que permitem apenas a passagem de comprimentos de onda correspondentes a uma transição atômica específica. Nesta atividade utilizaremos apenas filtros de banda larga.

E qual a importância da medição dessas cores?

As cores fornecem aos cientistas algumas dicas sobre a história da vida de cada estrela. Através da obtenção dos índices de cor e das magnitudes absolutas (M), podemos ter uma noção da temperatura da superfície, idade, massa, raio e tipo das estrelas, mesmo elas estando a uma distância tão grande. Esses dados podem ser importantes para contribuir no entendimento da formação e evolução das estruturas maiores como aglomerados de estrelas e até das galáxias, já que as galáxias são compostas por estrelas (dentre outros objetos).

2. AS ATIVIDADES

Objetivos:

- o cálculo dos índices de cor;
- o cálculo da temperatura da superfície da estrela;
- com as luminosidades e os índices de cor, a montagem de um diagrama H-R (explicaremos mais tarde o que é isso) e a classificação da estrela, tanto espectral quanto evolutiva. Ou seja, saberemos se a estrela alvo é uma anã, uma gigante, supergigante, se está na sequência principal.

Atividade I - Medindo as cores das estrelas com imagens de arquivo

Aqui iremos determinar a cor das estrelas que foram observadas com o telescópio *Leuschner*, que trabalhou para o projeto Hands On Universe. Estão disponíveis imagens correspondentes a quatro diferentes estrelas com duas imagens de cada, uma utilizando o filtro azul (B) e uma utilizando o filtro amarelo

ou visível (V). Essas estrelas servirão como nossas estrelas alvo. Para cada estrela alvo existe também uma estrela padrão que foi observada no mesmo período que a estrela alvo, dessa forma podemos assumir que as condições de observação foram idênticas para ambas. No total, usaremos 16 imagens nesta atividade. Conhecendo-se o brilho aparente das estrelas padrão, podemos fazer uma calibração para determinar o brilho aparente das estrelas alvo.

Estrelas alvo no filtro B	Estrelas alvo no filtro V	Estrelas padrão no filtro B	Estrelas padrão no filtro V
alvob1	alvov1	padraob1	padraov1
alvob2	alvov2	padraob2	padraov2
alvob3	alvov3	padraob3	padraov3
alvob4	alvov4	padraob4	padraov4

Tabela 1a: nomes dos arquivos

Estrela Padrão	Magnitude Aparente
padraob1	8.0
padraov1	7.0
padraob2	9.2
padraov2	7.2
padraob3	7.8
padraov3	7.5
padraob4	7.0
padraov4	7.0

Tabela 1b: magnitudes aparentes das estrelas padrão

Abra as imagens através do BIP (comece com alvob1 e padraob1)



1. Use o comando **Abertura** (menu Análise) para obter as contagens em cada estrela. Anote os resultados na Tabela 2 (abaixo).

	Estrela 1	Estrela 2	Estrela 3	Estrela 4
1. Contagens da estrela alvo em B				
Contagens da estrela padrão em B				
Contagens da estrela alvo em V				
Contagens da estrela padrão em V				
2. Brilho aparente da estrela alvo em B				
Brilho ap. da estrela alvo em V				
3. Magnitude aparente da estrela alvo em B				
Magnitude aparente da estrela alvo em V				
4. Índice B-V da estrela alvo				
5. Cor e temperatura da estrela alvo (veja a tabela 3)				

Tabela 2

2. Use a tabela de conversão de brilho no Anexo 2 para obter o brilho aparente de cada estrela padrão e anote os dados na tabela acima.

3. Utilize a tabela de conversão de brilho para obter a magnitude aparente da estrela, ou seja, você deverá utilizar a seguinte expressão:

$$B_a / B_p = C_a / C_p \text{ de modo que: } B_a = (C_a / C_p) B_p$$

Preencha a tabela acima com as suas respostas.

O Diagrama H-R

Agora veremos quanta informação é possível obter a partir da medição das cores das estrelas, e como foram descobertas algumas relações.

No início do século XX, dois astrônomos de forma independente trabalharam na classificação das estrelas e obtiveram resultados muito similares. O astrônomo dinamarquês Ejnar Hertzsprung elaborou gráficos de magnitudes absolutas *versus* classes espectrais. Um astrônomo americano chamado Henry Norris Russell elaborou um gráfico que consistia da luminosidade *versus* temperatura para algumas estrelas. Como podemos ver, seus estudos foram equivalentes e o que chamamos de diagrama Hertzsprung-Russell, ou diagrama H-R é uma compilação do trabalho de ambos.

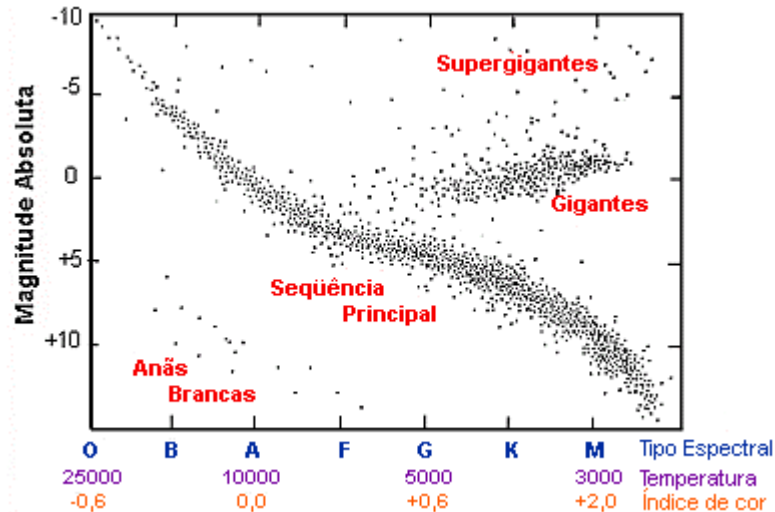


Fig.2 - Diagrama H-R, onde cada ponto representa uma estrela da nossa galáxia

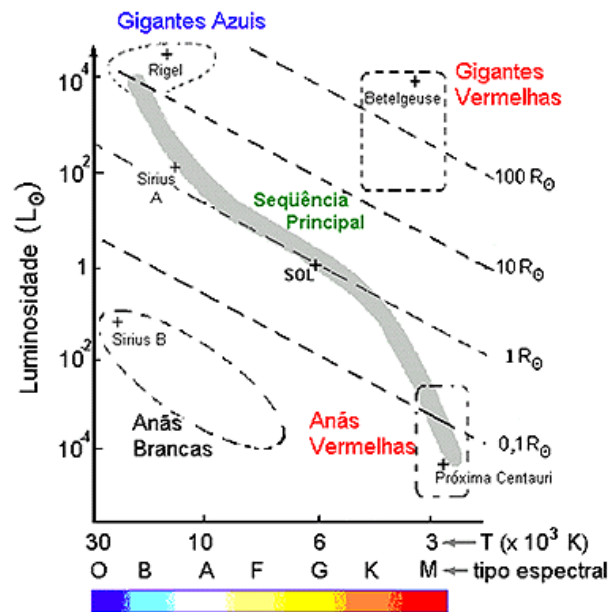


Fig.3 - O mesmo diagrama H-R, mostrando dados adicionais que podem ser inferidos a partir da medição do índice de cor e da luminosidade de uma estrela. O símbolo \odot é uma notação que significa "solar"

O diagrama H-R que trabalharemos aqui é chamado de diagrama H-R geral, pois está baseado nas estrelas de diferentes tipos espectrais e de diferentes regiões do céu. O objetivo é mostrar a distribuição de vários tipos de estrelas e suas quantidades relativas. Para elaborar um diagrama H-R geral, algumas estrelas são observadas em um dado tempo, sendo que suas luminosidades e temperaturas são determinadas e seus valores são inseridos no gráfico.

Quando examinamos um diagrama H-R geral, podemos notar que as estrelas estão separadas em diversos grupos. A faixa larga de estrelas que estende-se do canto da parte superior esquerda até a parte inferior direita é chamada de seqüência principal (SP). A maioria das estrelas no diagrama H-R geral estão na seqüência principal porque essa linha representa a luminosidade e as temperaturas típicas para a maior parte da vida de uma estrela. Quando a estrela é formada e começa o processo de fusão do hidrogênio em seu núcleo, ela assume uma posição na seqüência principal e aí permanece até que o hidrogênio do núcleo comece a se esgotar. O tempo de vida da estrela na seqüência principal é geralmente 90% do tempo total de sua vida.

A temperatura e a cor de uma estrela durante a SP é determinada por sua massa. Estrelas de alta massa são muito quentes de modo que elas são azuladas, enquanto que as de baixa massa são frias e avermelhadas.

Depois que o hidrogênio é esgotado, a estrela contrai e começa a fusão do hélio em seu núcleo. Isso pode ocorrer rapidamente ou gradualmente dependendo da massa da estrela. Nessa fase a estrela sofre uma expansão grande do seu raio que fica maior do que na fase da SP. Durante a expansão a estrela sofre um esfriamento considerável. Uma estrela de baixa massa, de cor amarela ou laranja na SP, evolui para uma gigante vermelha durante esse período de expansão. Ela é vermelha porque é fria, e é uma gigante porque possui um raio muito grande. De maneira similar, uma estrela branca ou azul na fase da SP evolui para uma estrela supergigante amarela ou laranja.

Exemplos familiares

Exemplos Familiares	Índice (B-V)	Temperatura da Superfície (K)	Cor
Spica (α Vir)	-0.31	35 000	Azul
Regulus (α Leo)	-0.17	15 000	Azul - Branca
Sirius (α CMa), Vega (α Lyr)	0.00	10 000	Branca
Altair (α Boo)	0.16	8 100	Amarela - Branca
Procyon (α CMi)	0.30	7 600	Amarela
Sol	0.70	5 500	Amarela
Estrela de Kapteyn	1.41	3 800	Laranja
Estrela de Barnard	1.61	3 000	Vermelha

Tabela 3

Atividade II - Elaborando um Diagrama H-R

Primeiro vamos elaborar um diagrama H-R utilizando dados previamente obtidos por astrônomos. A tabela 4 contém os dados de luminosidade e cor já medidos para 45 estrelas. Utilize o diagrama em branco fornecido abaixo para graficar os dados e criar seu próprio diagrama H-R. Primeiramente você deverá calcular os índices de cor para cada estrela.

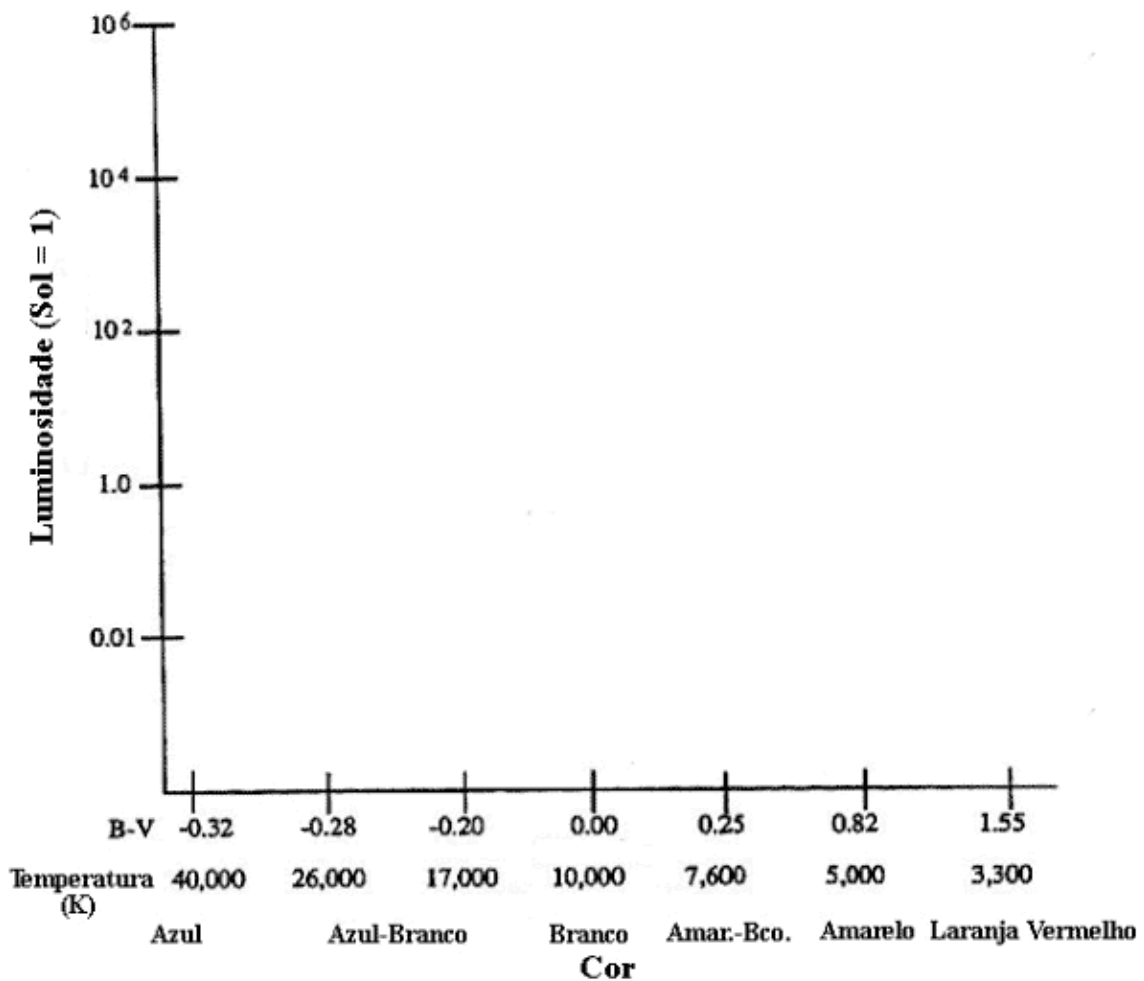




Tabela 4:

Luminosidade (Sol = 1)	m(B)	m(V)	Índice (B-V)
42000	11,1	11,5	
98	8,2	8,2	
12000	15,6	15,8	
8,0	2,3	2,0	
1,2	0,5	-0,1	
0,02	14,2	12,7	
320	8,9	9,0	
780	7,8	8,0	
12	9,3	9,2	
7,5	8,4	8,2	
3,1	9,2	8,6	
2,2	6,0	5,3	
9000	12,3	12,6	
0,01	13,0	13,2	
2,9	12,6	12,2	
9200	8,6	7,7	
0,8	7,4	6,6	
0,7	8,8	7,9	
300	9,8	9,9	
8000	7,0	6,2	
5000	5,8	4,8	
110	9,1	9,2	
44000	11,3	11,7	
88	7,2	7,2	
14000	13,8	14,1	
8,9	5,3	5,0	
1,8	8,6	8,0	
0,5	11,3	10,4	
0,04	13,6	12,2	
7,8	12,4	12,2	
3,1	14,2	13,6	
2,1	5,8	5,1	
6000	14,3	14,5	
0,03	13,0	13,2	
4,9	12,6	12,2	
433	7,2	7,3	



Luminosidade (Sol = 1)	m(B)	m(V)	Índice (B-V)
0,6	7,4	6,7	
0,4	14,6	13,8	
0,7	9,8	9,0	
700	9,8	9,9	
5000	12,9	12,0	
1,8	5,7	5,1	
210	9,1	9,1	
0,03	12,4	12,5	
0,0	9,9	8,9	

1. Descreva todos os passos utilizados para obter o gráfico.
2. Circule as regiões nos diagramas que você poderia distinguir como grupos isolados ou aglomerados. Quantas regiões diferentes você encontrou?
3. Nomeie cada região no seu diagrama indicando sua cor média e se ela possui alta ou baixa luminosidade.
4. Baseado no diagrama H-R que você elaborou, responda:
 - a) Quais estrelas são quentes?
 - b) Quais estrelas são frias?
 - c) Quais estrelas possuem raios grandes e raios pequenos?



Agora utilizaremos os dados obtidos na Atividade I, que você provavelmente anotou na Tabela 2.

1. Quais são as possíveis posições no diagrama H-R de cada estrela alvo ?

Estrela 1:

Estrela 2:

Estrela 3:

Estrela 4:

2. Supondo que as estrelas alvo, **1** e **2**, estão aproximadamente à mesma distância da Terra, faça uma hipótese da posição de cada estrela no diagrama H-R.

Estrela 1:

Estrela 2:

3. Supondo que a estrela alvo **3** está aproximadamente 40 vezes mais distante do que a estrela alvo **4** elabore uma hipótese de que posição no diagrama H-R que cada estrela teria.

4. Partindo da hipótese de que as estrelas alvo, **1** e **3** estão na Seqüência Principal, considere:

a) Use o diagrama H-R para estimar a luminosidade de cada estrela

Estrela 1:

Estrela 3:

b) Use essas informações para obter a razão das distâncias para essas estrelas.

(Estrela 1)/(Estrela2) =



5. Repita o passo 4 supondo que a estrela alvo **1** é uma gigante vermelha e estrela alvo **3** é uma anã branca.

Estimar luminosidade

Estrela 1:

Estrela 2:

Brilho aparente

Estrela 1:

Estrela 2:

Razão das distâncias

$(\text{Estrela 1})/(\text{Estrela2}) =$

ANEXO 1

Tabela de Conversão Entre Magnitudes e Watt/m²

Mag.	R	Mag.	R
10,1	$1,59 \times 10^{-13}$	12,1	$2,52 \times 10^{-14}$
10,2	$1,45 \times 10^{-13}$	12,2	$2,29 \times 10^{-14}$
10,3	$1,32 \times 10^{-13}$	12,3	$2,09 \times 10^{-14}$
10,4	$1,20 \times 10^{-13}$	12,4	$1,91 \times 10^{-14}$
10,5	$1,10 \times 10^{-13}$	12,5	$1,74 \times 10^{-14}$
10,6	$1,00 \times 10^{-13}$	12,6	$1,59 \times 10^{-14}$
10,7	$9,13 \times 10^{-14}$	12,7	$1,45 \times 10^{-14}$
10,8	$8,33 \times 10^{-14}$	12,8	$1,32 \times 10^{-14}$
10,9	$7,60 \times 10^{-14}$	12,9	$1,20 \times 10^{-14}$
11,0	$6,92 \times 10^{-14}$	13,0	$1,10 \times 10^{-14}$
11,1	$6,32 \times 10^{-14}$	13,1	$1,00 \times 10^{-14}$
11,2	$5,76 \times 10^{-14}$	13,2	$9,13 \times 10^{-15}$
11,3	$5,25 \times 10^{-14}$	13,3	$8,33 \times 10^{-15}$
11,4	$4,79 \times 10^{-14}$	13,4	$7,60 \times 10^{-15}$
11,5	$4,37 \times 10^{-14}$	13,5	$6,93 \times 10^{-15}$
11,6	$3,99 \times 10^{-14}$	13,6	$6,32 \times 10^{-15}$
11,7	$3,64 \times 10^{-14}$	13,7	$5,76 \times 10^{-15}$
11,8	$3,32 \times 10^{-14}$	13,8	$5,25 \times 10^{-15}$
11,9	$3,02 \times 10^{-14}$	13,9	$4,79 \times 10^{-15}$
12,0	$2,76 \times 10^{-14}$	14,0	$4,37 \times 10^{-15}$

ANEXO 2

Tabelas de Conversão Entre Magnitudes e Watt/m²

Mag.	I	R	V	B	U	Bolometric
5.0	2.40×10^{-11}	1.65×10^{-11}	3.61×10^{-11}	9.24×10^{-11}	1.83×10^{-11}	2.40×10^{-10}
5.1	2.19×10^{-11}	1.51×10^{-11}	3.29×10^{-11}	8.43×10^{-11}	1.67×10^{-11}	2.19×10^{-10}
5.2	2.00×10^{-11}	1.37×10^{-11}	3.01×10^{-11}	7.69×10^{-11}	1.52×10^{-11}	2.00×10^{-10}
5.3	1.82×10^{-11}	1.25×10^{-11}	2.74×10^{-11}	7.02×10^{-11}	1.39×10^{-11}	1.82×10^{-10}
5.4	1.66×10^{-11}	1.14×10^{-11}	2.50×10^{-11}	6.40×10^{-11}	1.27×10^{-11}	1.66×10^{-10}
5.5	1.52×10^{-11}	1.04×10^{-11}	2.28×10^{-11}	5.84×10^{-11}	1.16×10^{-11}	1.52×10^{-10}
5.6	1.38×10^{-11}	9.52×10^{-12}	2.08×10^{-11}	5.33×10^{-11}	1.06×10^{-11}	1.38×10^{-10}
5.7	1.26×10^{-11}	8.69×10^{-12}	1.90×10^{-11}	4.86×10^{-11}	9.63×10^{-12}	1.26×10^{-10}
5.8	1.15×10^{-11}	7.92×10^{-12}	1.73×10^{-11}	4.44×10^{-11}	8.79×10^{-12}	1.15×10^{-10}
5.9	1.05×10^{-11}	7.23×10^{-12}	1.58×10^{-11}	4.05×10^{-11}	8.02×10^{-12}	1.05×10^{-10}
6.0	9.57×10^{-12}	6.60×10^{-12}	1.44×10^{-11}	3.69×10^{-11}	7.32×10^{-12}	9.57×10^{-11}
6.1	8.76×10^{-12}	6.02×10^{-12}	1.32×10^{-11}	3.37×10^{-11}	6.68×10^{-12}	8.76×10^{-11}
6.2	7.99×10^{-12}	5.49×10^{-12}	1.20×10^{-11}	3.07×10^{-11}	6.09×10^{-12}	7.99×10^{-11}
6.3	7.29×10^{-12}	5.01×10^{-12}	1.10×10^{-11}	2.80×10^{-11}	5.56×10^{-12}	7.29×10^{-11}
6.4	6.65×10^{-12}	4.57×10^{-12}	1.00×10^{-11}	2.56×10^{-11}	5.07×10^{-12}	6.65×10^{-11}
6.5	6.07×10^{-12}	4.17×10^{-12}	9.13×10^{-12}	2.33×10^{-11}	4.63×10^{-12}	6.07×10^{-11}
6.6	5.54×10^{-12}	3.81×10^{-12}	8.33×10^{-12}	2.13×10^{-11}	4.22×10^{-12}	5.54×10^{-11}
6.7	5.05×10^{-12}	3.47×10^{-12}	7.60×10^{-12}	1.94×10^{-11}	3.85×10^{-12}	5.05×10^{-11}
6.8	4.61×10^{-12}	3.17×10^{-12}	6.93×10^{-12}	1.77×10^{-11}	3.51×10^{-12}	4.61×10^{-11}
6.9	4.21×10^{-12}	2.89×10^{-12}	6.33×10^{-12}	1.61×10^{-11}	3.21×10^{-12}	4.21×10^{-11}
7.0	3.84×10^{-12}	2.64×10^{-12}	5.77×10^{-12}	1.47×10^{-11}	2.93×10^{-12}	3.84×10^{-11}
7.1	3.50×10^{-12}	2.41×10^{-12}	5.27×10^{-12}	1.34×10^{-11}	2.67×10^{-12}	3.50×10^{-11}
7.2	3.20×10^{-12}	2.20×10^{-12}	4.80×10^{-12}	1.23×10^{-11}	2.44×10^{-12}	3.20×10^{-11}
7.3	2.91×10^{-12}	2.00×10^{-12}	4.38×10^{-12}	1.12×10^{-11}	2.23×10^{-12}	2.91×10^{-11}
7.4	2.66×10^{-12}	1.83×10^{-12}	4.00×10^{-12}	1.02×10^{-11}	2.03×10^{-12}	2.66×10^{-11}
7.5	2.43×10^{-12}	1.67×10^{-12}	3.65×10^{-12}	9.29×10^{-12}	1.85×10^{-12}	2.43×10^{-11}
7.6	2.21×10^{-12}	1.52×10^{-12}	3.33×10^{-12}	8.48×10^{-12}	1.69×10^{-12}	2.21×10^{-11}
7.7	2.02×10^{-12}	1.39×10^{-12}	3.04×10^{-12}	7.38×10^{-12}	1.54×10^{-12}	2.02×10^{-11}
7.8	1.84×10^{-12}	1.27×10^{-12}	2.77×10^{-12}	7.06×10^{-12}	1.41×10^{-12}	1.84×10^{-11}
7.9	1.68×10^{-12}	1.16×10^{-12}	2.53×10^{-12}	6.44×10^{-12}	1.28×10^{-12}	1.68×10^{-11}



Mag.	I	R	V	B	U	Bolometric
8.0	1.51×10^{-12}	1.04×10^{-12}	2.28×10^{-12}	5.83×10^{-12}	1.16×10^{-12}	1.51×10^{-11}
8.1	1.38×10^{-12}	9.49×10^{-13}	2.08×10^{-12}	5.32×10^{-12}	1.06×10^{-12}	1.38×10^{-11}
8.2	1.26×10^{-12}	9.66×10^{-13}	1.90×10^{-12}	4.85×10^{-12}	9.66×10^{-13}	1.26×10^{-11}
8.3	1.15×10^{-12}	7.90×10^{-13}	1.73×10^{-12}	4.43×10^{-12}	8.81×10^{-13}	1.15×10^{-11}
8.4	1.05×10^{-12}	7.21×10^{-13}	1.58×10^{-12}	4.04×10^{-12}	8.04×10^{-13}	1.05×10^{-11}
8.5	9.55×10^{-13}	6.58×10^{-13}	1.44×10^{-12}	3.69×10^{-12}	7.34×10^{-13}	9.55×10^{-12}
8.6	8.71×10^{-13}	6.00×10^{-13}	1.32×10^{-12}	3.36×10^{-12}	6.69×10^{-13}	8.71×10^{-12}
8.7	7.95×10^{-13}	5.47×10^{-13}	1.20×10^{-12}	3.07×10^{-12}	6.11×10^{-13}	7.95×10^{-12}
8.8	7.25×10^{-13}	5.00×10^{-13}	1.10×10^{-12}	2.80×10^{-12}	5.57×10^{-13}	7.25×10^{-12}
8.9	6.62×10^{-13}	4.46×10^{-13}	9.99×10^{-13}	2.55×10^{-12}	5.08×10^{-13}	6.62×10^{-12}
9.0	6.04×10^{-13}	4.16×10^{-13}	9.12×10^{-13}	2.33×10^{-12}	4.64×10^{-13}	6.04×10^{-12}
9.1	5.51×10^{-13}	3.79×10^{-13}	8.32×10^{-13}	2.12×10^{-12}	4.23×10^{-13}	5.51×10^{-12}
9.2	5.03×10^{-13}	3.46×10^{-13}	7.59×10^{-13}	1.94×10^{-12}	3.86×10^{-13}	5.03×10^{-12}
9.3	4.59×10^{-13}	3.16×10^{-13}	6.93×10^{-13}	1.77×10^{-12}	3.52×10^{-13}	4.59×10^{-12}
9.4	4.18×10^{-13}	2.88×10^{-13}	6.32×10^{-13}	1.61×10^{-12}	3.21×10^{-13}	4.18×10^{-12}
9.5	3.82×10^{-13}	2.63×10^{-13}	5.77×10^{-13}	1.47×10^{-12}	2.93×10^{-13}	3.82×10^{-12}
9.6	3.48×10^{-13}	2.40×10^{-13}	5.26×10^{-13}	1.34×10^{-12}	2.68×10^{-13}	3.48×10^{-12}
9.7	3.18×10^{-13}	2.19×10^{-13}	4.80×10^{-13}	1.22×10^{-12}	2.44×10^{-13}	3.18×10^{-12}
9.8	2.90×10^{-13}	2.00×10^{-13}	4.38×10^{-13}	1.12×10^{-12}	2.23×10^{-13}	2.90×10^{-12}
9.9	2.65×10^{-13}	1.82×10^{-13}	4.00×10^{-13}	1.02×10^{-12}	2.03×10^{-13}	2.65×10^{-12}
10.0	2.41×10^{-13}	1.66×10^{-13}	3.65×10^{-13}	9.30×10^{-13}	1.85×10^{-13}	2.41×10^{-12}